1. Klausur Mechanik III SS 07, Prof. Dr. rer. nat. W. H. Müller

Bitte deutlich schreiben!

Name, Vorname:

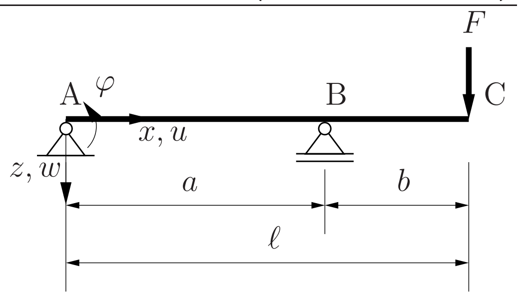
Matr.-Nr.:

Studiengang:

1	
2	
3	
$\sum$	
T	

1 **(10 Punkte)**

Gegeben ist der skizzierte Balken auf zwei Stützen, der durch eine Kraft F belastet wird. Der Balken ist als schlank anzusehen. Berechnen Sie die vertikale Verschiebung bei C und die Verdrehung in B in Bezug auf das gegebene Koordinatensystem mit dem ersten Satz von Castigliano.



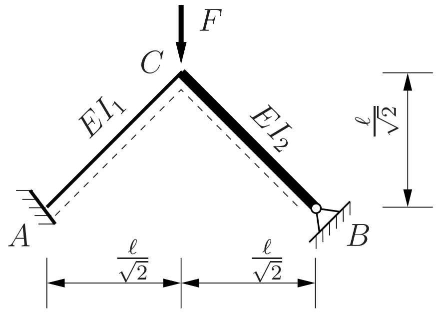
Anm.: Die Formel für die Formänderungsenergie lautet

$$W_s = \frac{1}{2} \int \frac{M^2}{EI} dx$$

Geg.: F, a, b, EI

2 **(18 Punkte)**

Der in der Systemskizze dargestellte Träger wird durch eine Einzellast F belastet. Aufgrund seiner Abmessungen ist er als schubstarr anzusehen. Die Dehnsteifigkeit ist für das gesamte Tragwerk konstant und hat den Wert $EA = 12EI/\ell^2$. Beachten Sie jedoch die unterschiedlichen Biegesteifigkeiten der Balken mit $EI_1 = EI$, $EI_2 = 2EI$.



(a) Überprüfen Sie das System auf statische Bestimmtheit.

(b) Wählen Sie als statisch bestimmtes Hauptsystem das eines Dreigelenkrahmens, d.h. führen Sie in Punkt A und C ein Momentengelenk ein. Ermitteln Sie die für die weitere Berechnung notwendigen Schnittgrößenverläufe für den Lastspannungszustand („Situation 0“) und den/die Eigenspannungszustand/zustände („Situation 1,...,n“)

(c) Geben Sie die kinematische/n Zwangsbedingung/en an.

(d) Berechnen Sie die benötigten Verschiebungsgrößen mithilfe der ausgeteilten Integraltafel (gesonderter Zettel).

(e) Stellen Sie das Gleichungssystem auf und lösen Sie es.

(f) Stellen Sie die Schnittgrößenverläufe für die Normalkraft N und das Biegemoment M graphisch dar. Für markante Punkte sind hierin auch die Werte anzugeben. Bei der Darstellung des Biegemomentes ist unbedingt die positive Definition (siehe Skizze) zu berücksichtigen.

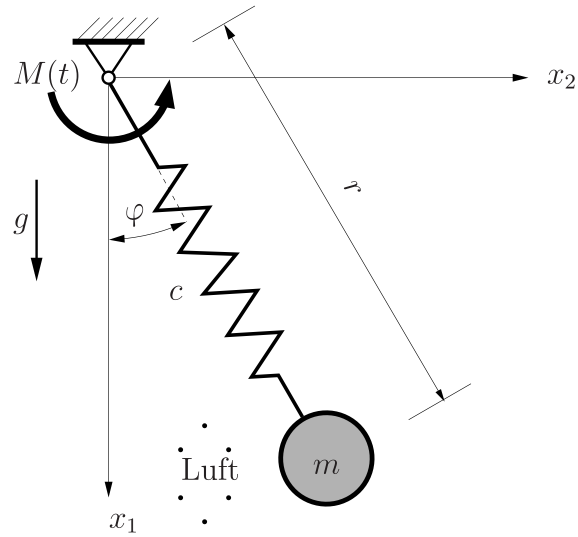
(g) Wie groß ist die vertikale Absenkung des Firstpunktes C infolge der Last?

Geg.: F, ℓ, EI

3 **(12 Punkte)**

Ein Massenpunkt m ist am unteren Ende einer Feder mit der Federsteifigkeit c angebracht und wird in seiner Bewegung durch den Luftwiderstand gedämpft. Der Luftwiderstand gehorcht der Regel $\underline{F}_w = -k\underline{v}^2 \frac{\underline{v}}{|\underline{v}|}$ mit der Reibkonstanten k. Am oberen Ende ist die Feder gelagert. Dort wirkt auch ein Antriebsmoment $M(t)$. In spannungloser Ruhelage hat die Feder die Länge r_0.

Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen des Systems mit Hilfe der Lagrangeschen Gleichungen 2. Art auf. Wählen Sie als generalsierte Koordinaten den Radius $q_1 = r$ und den Winkel $q_2 = \varphi$.



Gehen Sie dabei im weiteren wie folgt vor:

(a) Stellen Sie den Ortsvektor zur Punktmasse auf.

(b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion $L = E_{\text{kin}} - U$ auf.

(c) Wie lauten die Lagrange-Gleichungen 2. Art allgemein?

(d) Bilden Sie die erforderlichen Ableitungen der Lagrange-Funktion für das hier beschriebene Problem.

(e) Wie lautet die Formel zur Berechnung der generalisierten Kräfte Q_j^*?

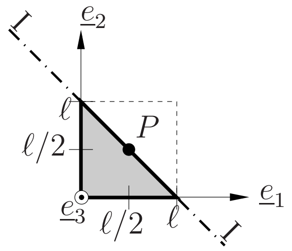
(f) Berechnen Sie die generalisierten Kräfte für das beschriebene Problem.

Geg.: k, c, m, r_0, r, φ, $M(t)$, g

Theorieaufgaben

1. Erinnern Sie sich an das Hookesche Gesetz für den 3-dimensionalen Fall. Dieses lautet $\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}$. Berechnen Sie für den gegebenen Verzerrungstensor die Normalspannung σ_{11}.

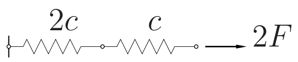
   Geg.: λ, μ, $\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$ $\qquad \sigma_{11} =$ **(1 Punkt)**

2. 

   Gegeben ist der Spannungszustand eines dreidimensionalen Körpers (Würfel). Berechnen Sie den Spannungsvektor für den in der Skizze dargestellten Punkt P für den Schnitt I-I.

   Geg.: ℓ, $P = (\ell/2, \ell/2, 0)$, $\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \frac{3}{\sqrt{2}}x_1x_2 & 5\sqrt{2}\ell^2 & 0 \\ 5\sqrt{2}\ell^2 & 0 & 2\sqrt{3}x_3^2 \\ 0 & 2\sqrt{3}x_3^2 & 0 \end{bmatrix}$

   (1 Punkt)

3. 

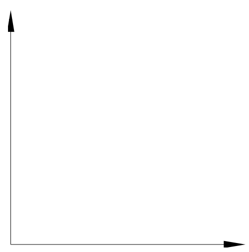
   Berechnen Sie die Formänderungsenergie des Systems infolge der gegebenen Belastung.

   Geg.: $2F$, c

   W=

   (1 Punkt)

4. Wie ist die Formänderungsenergiedichte w_s und die komplementäre Formänderungsenergiedichte w_s^* definiert? Skizzieren Sie diese Größen in einem Graphen für ein nicht lineares Materialverhalten. Bezeichnen Sie in dem Graphen auch Abszisse und Ordinate.

   $w_s =$

   $w_s^* =$

   (2 Punkte)

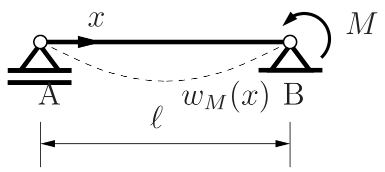
5. Ergänzen Sie die Spiegelstriche durch kurze Stichworte.

   Virtuelle Verrückungen erfüllen folgende Regeln:

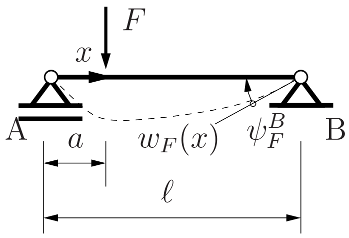
   -
   -
   -

   (1 Punkt)

6. Problem:



Tabellenwerk:



Wie ist die Einflußzahl α^{ik}, ausgedrückt durch Kraftgrößen K und Verschiebungsgrößen f, definiert?

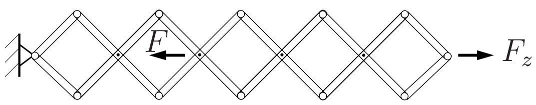
$$\alpha^{ik} =$$

Gegeben ist das Problem eines Einfeldträgers unter Momentenbeanspruchung. Gesucht ist die maximale Durchbiegung in Feldmitte $x = \ell/2$.

Ein zur Hilfe genommenes Tabellenwerk beinhaltet zwar nicht das gesuchte System, jedoch ein ähnliches, nämlich das eines Einfeldträgers, der durch eine Einzelkraft an der Stelle $x = a$ belastet wird (s. Skizze). Der Stabdrehwinkel am rechten Lager für dieses System beträgt ψ_F^B (beachte Drehsinn!). Berechnen Sie mithilfe des Satzes von Maxwell-Betti $W^{12} = W^{21}$ die gesuchte Verschiebung für das gegebene Problem des Einfeldträgers unter Momentenbeanspruchung.

Geg.: M, ℓ, $\psi_F^B = -\frac{F\ell^2}{6EI}\left[\left(\frac{a}{\ell}\right) - \left(\frac{a}{\ell}\right)^3\right]$

(3 Punkte)

7. 

Berechnen Sie mithilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen die Kraft F_z, mit der an der Nürnberger Schere gezogen werden muß, damit das System unter der gegebenen Belastung F im Gleichgewicht ist.

Geg.: F

$$F_z =$$

(1 Punkt)