Univ. Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V
Lehrstuhl für Kontinuumsmechanik und
Materialtheorie - LKM, Sekr. MS 2
Einsteinufer 5, 10587 Berlin

2. Klausur Energiemethoden d. Mechanik SS 09

Bitte deutlich in Druckschrift schreiben!

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

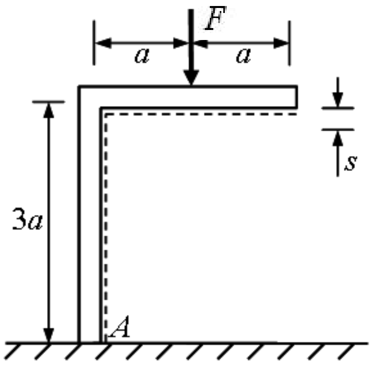
1	
2	
3	
$\sum$	
T	

Bitte links oder rechts ankreuzen!

◯ Studienbegleitende Prüfung ◯ Übungsscheinklausur

1 (18 Punkte)

Der gezeigte Balken (Biegesteifigkeit EI und Dehnsteifigkeit EA) ist durch die Kraft F belastet.



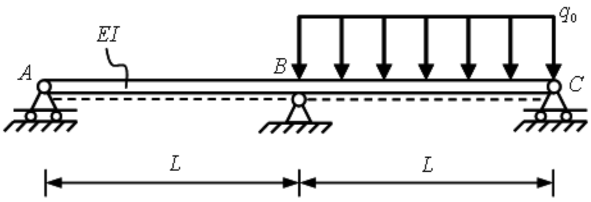
(a) Berechnen Sie die Lagerreaktionen in der festen Einspannung.

(b) Berechnen Sie mit dem Satz von Castigliano (der Querkraftanteil sei zu vernachlässigen) die Kraft F, um am rechten Rand des Balkens eine Verschiebung der Weite s zu erzeugen.
Tip: Argumentieren Sie über Normalkraft- und Momentenflächen und berechnen Sie mit der Tabelle die Formänderungsenergie.

(c) Berechnen Sie mit dem Satz von Castigliano die Verdrehung des rechten Balkenendes in Abhängigkeit der unbekannten Kraft F.

Geg.: EA, EI, a, s.

2 (12 Punkte)



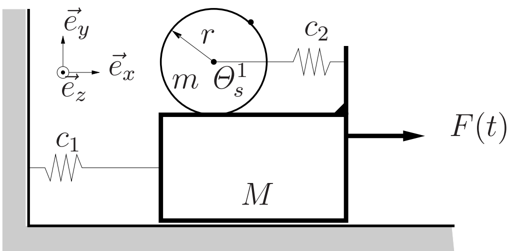
Ein Balken (Biegesteifigkeit EI) ist durch ein Fest- und zwei Loslager gelagert und durch eine Streckenlast belastet.

(a) Untersuchen Sie den Balken auf statische Bestimmtheit. (Begründung!)

(b) Bestimmen Sie die Lagerkraft F_{A_Z} mithilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte. Zerlegen Sie dazu das System in statisch bestimmte Teilsysteme und lösen Sie das Gesamtproblem durch Superposition.

Geg.: EI, q_0, l.

3 (10 Punkte)



Ein Schlitten (Masse M) ist, wie in der Abbildung zu sehen, mit einer Feder der Steife c_1 verbunden und wird mit einer zeitlich veränderlichen Kraft $F(t)$ auf einer reibungsfreien Oberfläche in Bewegung gesetzt. Auf dem Schlitten befindet sich eine Walze (Radius r, Masse m), die wieder über eine Feder der Steife c_2 mit der Schlittenwand verbunden ist. Die Bewegung der Walze soll rein rollend ablaufen.

(a) Bestimmen Sie die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems mit der Formel $f = z - k$. Geben Sie die verwendeten kinematischen Beziehungen an.

(b) Stellen Sie die Lagrangefunktion L des Systems sowie die nicht-konservativen Kräfte bzgl. der generalisierten Koordinaten x und φ auf.

(c) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen für das System durch Differentiation der Lagrangefunktion aus Aufgabenteil b).

Geg.: m, M, Θ_s^1, r, c_1, c_2, $F(t)$

$$\delta = \int_0^l \frac{M\overline{M}}{EI}\,ds = C\frac{l}{EI}$$

Tabelle 1: Tafel für den Wert C

C	A	A	B	A B	A
a	$A \cdot a$	$\frac{1}{2}A \cdot a$	$\frac{1}{2}B \cdot a$	$\frac{1}{2}(A+B) \cdot a$	$\frac{1}{3}a \cdot A$
a	$\frac{1}{2}A \cdot a$	$\frac{1}{3}A \cdot a$	$\frac{1}{6}B \cdot a$	$\frac{1}{6}(2A+B) \cdot a$	$\frac{1}{4}a \cdot A$
a b	$\frac{1}{2}A \cdot (a+b)$	$\frac{1}{6}A \cdot (2a+b)$	$\frac{1}{6}B \cdot (a+2b)$	$\frac{1}{6}(2Aa+2Bb+Ab+Ba)$	$\frac{1}{12}A(b+3a)$
a	$\frac{2}{3}A \cdot a$	$\frac{1}{3}A \cdot a$	$\frac{1}{3}B \cdot a$	$\frac{1}{3}(A+B) \cdot a$	$\frac{1}{5}a \cdot A$
a	$\frac{2}{3}A \cdot a$	$\frac{5}{12}A \cdot a$	$\frac{1}{4}B \cdot a$	$\frac{1}{12}(5A+3B) \cdot a$	$\frac{2}{15}a \cdot A$
a	$\frac{1}{3}A \cdot a$	$\frac{1}{4}A \cdot a$	$\frac{1}{12}B \cdot a$	$\frac{1}{12}(3A+B) \cdot a$	$\frac{1}{5}a \cdot A$

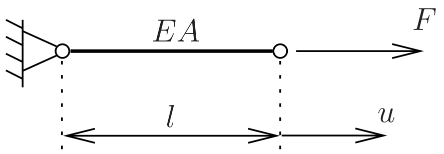
Theorieaufgaben

1. Geben Sie die Maßeinheiten folgender Größen **<u>ausschließlich</u>** in den Einheiten 1, kg, m , s , N, J und K an:

Formänderungsenergiedichte w	
spezifische Strahlungsdichte r	
Biegesteifigkeit EI	
Entropie S	

(2 Punkte)

2. Ein Dehnstab ist einseitig eingespannt und wird durch eine Kraft F verformt. Bestimmen Sie die Verschiebung u mit dem Satz von Castigliano.



$$W^*(F) = \boxed{}$$

$$u = \frac{\partial W^*}{\partial F} = \boxed{}$$

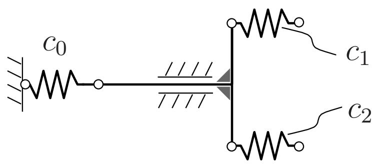
Geg.: EA, l, F.

(2 Punkte)

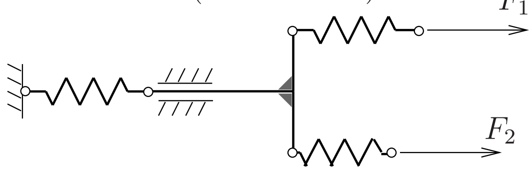
3. An einem aus drei Federn bestehenden System wird zuerst F_1 aufgebracht und danach <u>zusätzlich</u> F_2. Wie groß ist die im System gespeicherte Formänderungsenergie W in Abhängigkeit der gegebenen Größen c_0, c_1, c_2, F_1 und F_2?

- ◯ $W = \frac{1}{2}\frac{F_1}{c_1+c_0} + \frac{1}{2}\frac{F_2}{c_2+c_0}$
- ◯ $W = \frac{1}{2}\left(\frac{F_1}{c_1} + \frac{F_1}{c_0}\right)F_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{F_2}{c_2} + \frac{F_2}{c_0}\right)F_2$
- ◯ $W = \frac{1}{2}\left(\frac{F_1}{c_1} + \frac{F_1}{c_0}\right)F_2 + \frac{1}{2}\left(\frac{F_2}{c_2} + \frac{F_2}{c_0}\right)F_1$
- ◯ $W = \frac{F_1}{c_1+c_0} + \frac{F_2}{c_2+c_0} + \frac{1}{2}\frac{F_2}{c_0}F_1$

Anfangszustand (ohne Kräfte)

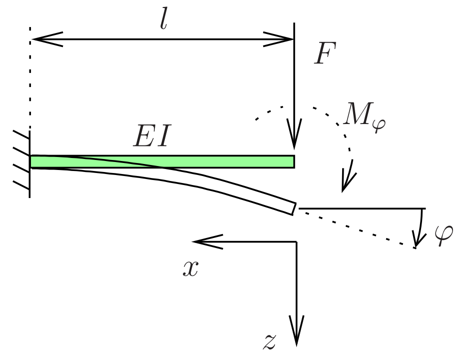


Endzustand (mit Kräften)



(1 Punkt)

4. Ein Bernoulli-Balken ist einseitig eingespannt und wird nur durch eine Kraft F verformt. Bestimmen Sie den Verdrehwinkel φ mit dem Satz von Castigliano, indem Sie ein Hilfsmoment M_φ anbringen.



$M(x) =$ ☐

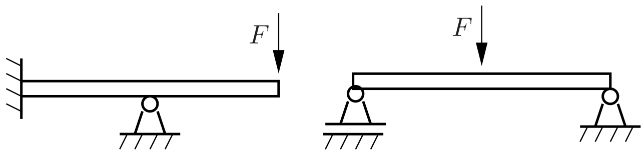
$W^* =$ ☐

$\frac{\partial W^*}{\partial M_\varphi}|_{M_\varphi=0} =$ ☐

$\varphi =$ ☐

Geg.: EI, l, F. **(2 Punkt)**

5. Kreuzen Sie bitte alle richtigen (und nur diese) Aussagen an!

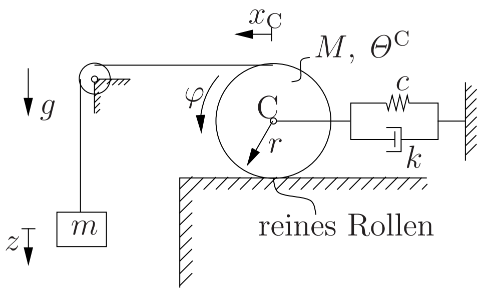


Das System ist:		
statisch bestimmt	☐	☐
statisch unbestimmt	☐	☐

(1 Punkt)

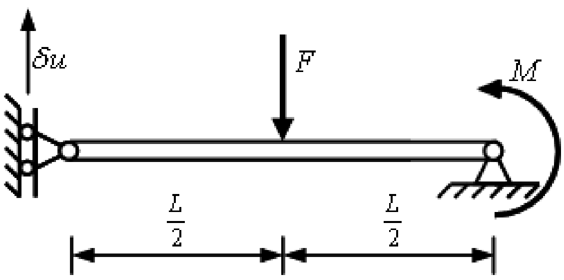
6. Geben Sie die kinetische Energie E_{kin} des skizzierten Systems in Abhängigkeit der gegebenen Koordinaten (x_C, z, φ) an!

Gegeben: M, $\varTheta^\text{C}$, m, g, r, c, k



$E_{\text{kin}} =$ **(1 Punkt)**

7. Gegeben ist das System



Geben Sie die virtuelle Arbeit δW_F der Kraft F und δW_M des Moments M (inkl. der richtigen Vorzeichen) für eine virtuelle Verschiebung δu an. **(1 Punkt)**