Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

Klausur – Energiemethoden der Mechanik, WS 2014/15

Namen in lesbaren Druckbuchstaben angeben!

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

Ich bestätige meine Prüfungsfähigkeit (Unterschrift): ____________

◯ Studienbegleitende Prüfung (Bachelor)
◯ Übungsscheinklausur (ohne Theorieteil)

T	
1	
2	
3	
Σ	

Theorieteil

Hinweis: Die Theorieaufgaben werden nur mit vollen Punkten bewertet. Falls Sie Lösungen der Theorieaufgaben auf einem Extrablatt schreiben, müssen Sie darauf auf dem Aufgabenblatt eindeutig hinweisen!

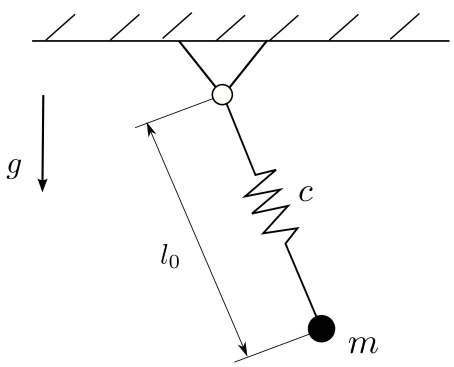
1. Geben Sie von den folgenden Größen die SI-Einheiten an (1, kg, m, s und K). **(1 Punkt)**

   Hinweis: Nur wenn alle Ergebnisse richtig sind, gibt es die Bewertungseinheit!

   Formänderungsenergiedichte w __________ spezifische Entropie s __________

   virtuelle Verschiebung δu __________ innere Energie U __________

2. Wie viele generalisierte Koordinaten werden **mindestens** zur Beschreibung des Systems benötigt. Bei der Länge l_0 ist die Feder weder gedehnt noch gestaucht. **(1 Punkt)**



Anzahl der generalisierten Koordinaten

$f =$ ________

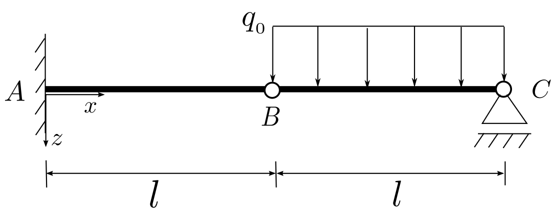
3. Wie vereinfacht sich das Prinzip der virtuellen Verrückungen $\delta(A - W_s - B) = 0$ für **(1 Punkt)**

   a) Statik: ________________

   b) Starre Körper: ________________

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

4. Zwei gelenkig miteinander verbundene starre Träger werden wie skizziert durch eine konstante Streckenlast q_0 belastet. Berechnen Sie mithilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen das im Punkt A wirkende Moment M_A. Zeichnen Sie dazu das durch eine virtuelle Verrückung ausgelenkte System (mit allen relevanten Verschiebungs- und Belastungsgrößen) und berechnen Sie dann die virtuelle Arbeit δA. *Tipp: Drehen Sie virtuell um A.* **(2 Punkte)**



Skizze (1 Punkt):

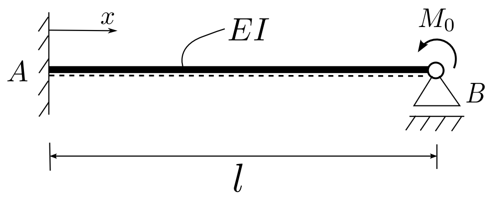
(1 Punkt)

$\delta A =$ ______________________

$M_A =$ ______________________

5. Ein schubstarrer Balken mit der Biegesteifigkeit EI wird mit einem Moment M_0 im Punkt B belastet. Berechnen Sie mithilfe des 1. Satzes von Castigliano die Lagerkraft im Punkt B. Sie können dazu die Koppelintegraltabelle auf Seite 5 benutzen. **(2 Punkte)**

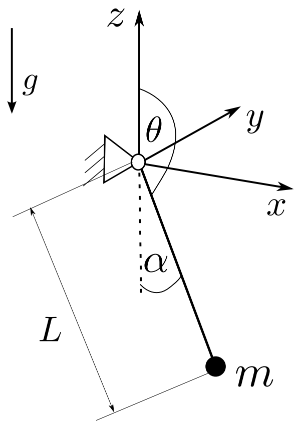
Hinweis: Auf die richtige komplementäre Formänderungsenergie und das richtige Ergebnis gibt es jeweils einen Punkt



$W_s^* =$ ______________________

$F_B =$ ______________________

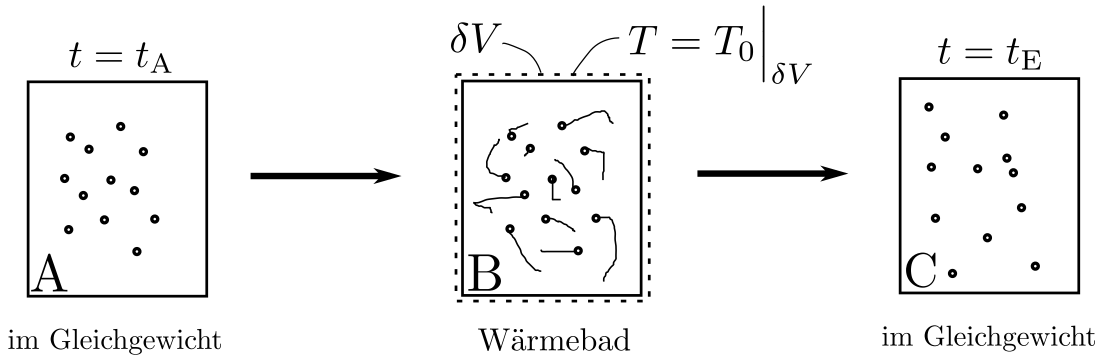
6. Für die Lagrangeschen Gleichungen 1.Art werden Nebenbedingungen benötigt. Wie lautet im gegebenen Koordinatensystem die Nebenbedingung für das abgebildete Kugelpendel. **(1 Punkt)**



$F(x,y,z) =$ ______________________ $= \boxed{}$

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

7. Gegeben sei ein mit einem Gas (Dichte ρ) gefüllter, geschlossener und als starr anzunehmender Behälter. Zum Zeitpunkt $t = t_\mathrm{A}$ befindet sich das System im Gleichgewicht (A). Anschließend wird der Behälter in ein Wärmebad gelegt (B). Am Rand des eingezeichneten Kontrollvolumens (gestrichelte Linie) kann eine konstante Temperatur $T = T_0$ angenommen werden. Der Behälter verbleibt im Wärmebad. Zum Zeitpunkt $t = t_\mathrm{E}$ stellt sich wieder ein Gleichgewicht ein (C). Strahlung und Volumenkrafteinflüsse sollen vernachlässigt werden.



Geg.: T_0, q_i, s, u, v_i, ρ, t_A, t_E, σ

Wählen Sie für den gegebenen Prozess die richtigen Bilanzgleichungen aus. *Hinweis: Maximal 2 Antworten sind zulässig! Mehr als 2 Antworten ergeben 0 Punkte! Pro richtiger Auswahl gibt es einen Punkt.* **(2 Punkte)**

- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \left(\rho\frac{v_i v_i}{2} + \rho u + \rho s\right)\,\mathrm{d}V = 0$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \rho s\,\mathrm{d}V - \oint\limits_{\partial V(t)} \frac{q_j}{T_0}n_j\,\mathrm{d}A = \int\limits_{V(t)} \sigma\,\mathrm{d}V < 0$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \left(\rho\frac{v_i v_i}{2} + \rho u\right)\,\mathrm{d}V = -\oint\limits_{\partial V(t)} q_i n_i\,\mathrm{d}A$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \rho s\,\mathrm{d}V + \oint\limits_{\partial V(t)} \frac{q_j}{T_0}n_j\,\mathrm{d}A = \int\limits_{V(t)} \sigma\,\mathrm{d}V = 0$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \rho\frac{v_i v_i}{2}\,\mathrm{d}V = \oint\limits_{\partial V(t)} q_i n_i\,\mathrm{d}A$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \rho s\,\mathrm{d}V + \oint\limits_{\partial V(t)} \frac{q_j}{T_0}n_j\,\mathrm{d}A = \int\limits_{V(t)} \sigma\,\mathrm{d}V > 0$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \left(\rho\frac{v_i v_i}{2} + \rho u + \rho\ddot{u}_i\right)\,\mathrm{d}V = -\oint\limits_{\partial V(t)} q_i n_i\,\mathrm{d}A$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \rho s\,\mathrm{d}V < -\oint\limits_{\partial V(t)} \frac{q_j}{T}n_j\,\mathrm{d}A$

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

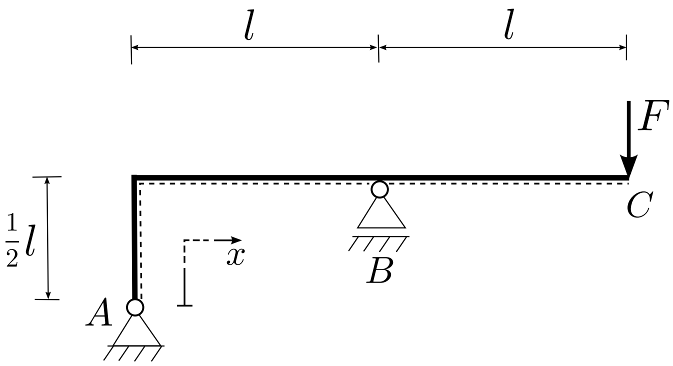
Rechenteil

1 Satz von Castigliano (10 Punkte)

Ein schubstarrer Balken mit der Biegesteifigkeit EI und der Dehnsteifigkeit EA wird im Punkt C durch eine Kraft F belastet.

a) Ist das System statisch bestimmt? Bestimmen Sie die Lagerreaktionen. **(2 Punkte)**

b) Berechnen Sie den Verdrehwinkel am rechten Ende des Balkens (Punkt C) mit dem 1. Satz von Castigliano. Nutzen Sie dazu die Koppelintegraltabelle auf Seite 5. **(8 Punkte)**



Geg.: EI, EA, l, F

2 Prinzip der virtuellen Kräfte (14 Punkte)

Man berechne für den skizzierten schubstarren Balken (Dehnsteifigkeit EA, Biegesteifigkeit EI) mithilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte die Lagerkraft im Punkt C. Beachten Sie, dass im Punkt B ein Moment M_0 angreift und dass der Balken zwischen den Punkten B und C mit einer konstanten Streckenlast q_0 belastet wird. *Hinweis: Verwenden Sie das 1-Kraft-Prinzip.*

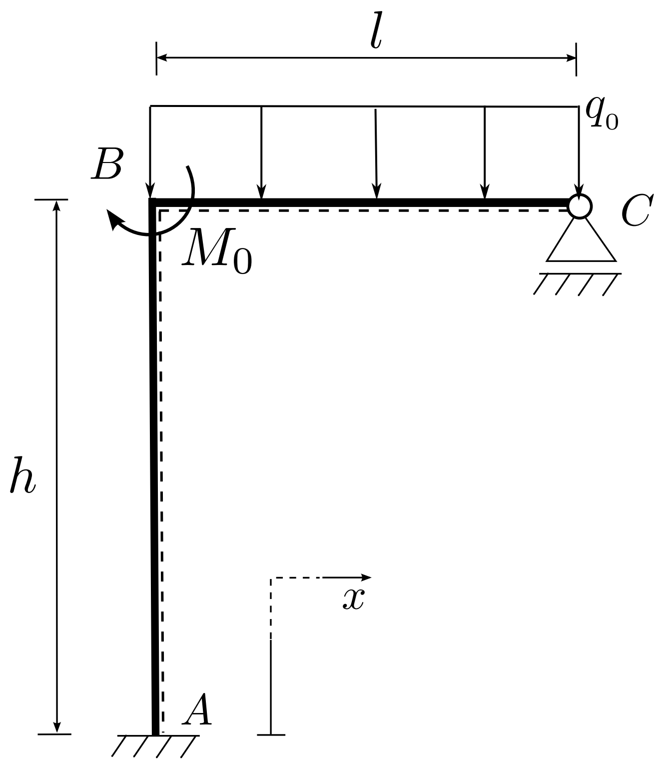
a) Zerlegen Sie das System in geeignete Teilsysteme und skizzieren Sie diese. **(2 Punkte)**

b) Geben Sie den zur Lösung der Aufgabenstellung benötigten Ansatz bezüglich der Verschiebung im Punkt C an. **(1 Punkt)**

c) Skizzieren Sie für alle Teil- und Testsysteme die Schnittlastenverläufe entlang der Balkenachse. **(6 Punkte)**

d) Berechnen Sie für die Teilsysteme die vertikale Verschiebung im Punkt C. Verwenden Sie die Koppelintegraltabelle auf Seite 5. **(4 Punkte)**

e) Ermitteln Sie die Lagerkraft F_C. **(1 Punkt)**



Geg.: EI, EA, l, h, q_0, M_0

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

3 Lagrangesche Gleichungen 2. Art (16 Punkte)

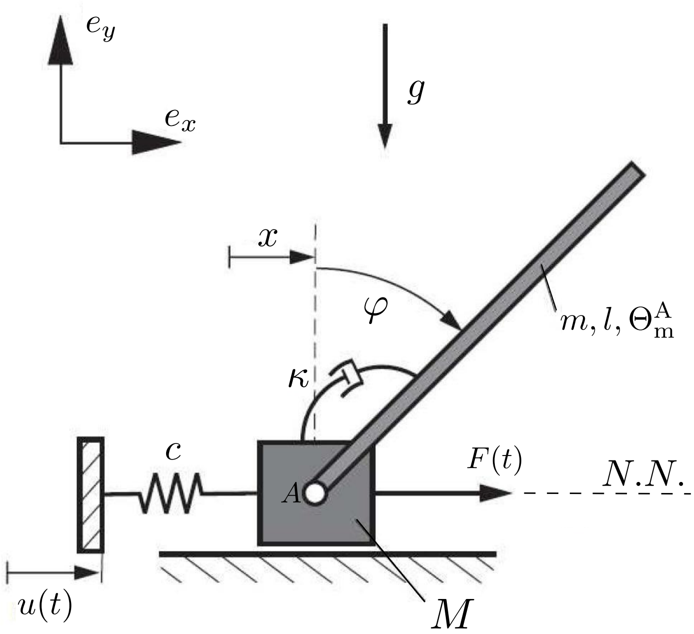
Das dargestellte System besteht aus einem dünnen, homogenen Stab (Länge l, Masse m, Massenträgheitsmoment $\Theta_{\mathrm{m}}^{\mathrm{A}}$) und einem Klotz (Masse M), der reibungsfrei auf der Unterlage gleitet. Er wird bei seiner Bewegung entlang der Unterlage durch eine vorgegebene Kraft $F(t)$ in horizontaler Richtung angetrieben und ist andererseits mit einer horizontal gerichteten Feder (Federsteifigkeit c) verbunden. Deren linker Fußpunkt bewegt sich nach dem vorgeschriebenen Weg-Zeit-Gesetz $u(t)$ ebenfalls in horizontaler Richtung. Für $x = u(t) = 0$ ist die Feder spannungsfrei. Zwischen Klotz und Stab wirkt ein winkelgeschwindigkeitsproportionaler Drehdämpfer mit der Dämpferkonstante κ. Die Drehbewegung des Stabs um den Gelenkpunkt wird durch den Drehwinkel φ beschrieben. Beachten Sie zur Lösung der Aufgabenstellung das in der Skizze definierte Nullniveau ($N.N.$).

a) Bestimmen Sie die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems mit der Formel $f = p - k$ und benennen Sie die generalisierte(n) Koordinate(n) des Systems. Geben Sie die kinematischen Beziehungen an. **(2 Punkte)**

b) Stellen Sie die LAGRANGE-Funktion L des Systems auf. **(7 Punkte)**

c) Berechnen Sie die nicht-konservativen Kräfte Q_k^* des Systems ($k = 1,2,\dots,f$). **(3 Punkte)**

d) Bestimmen Sie aus den EULER-LAGRANGE-Bewegungsgleichungen die Bewegungsdifferentialgleichung(en) für das System. **(4 Punkte)**



Geg.: M, m, $\Theta_{\mathrm{m}}^{\mathrm{A}}$, l, c, κ, g, $F(t)$, $u(t)$

Koppelintegraltabelle

C	A	A	B	A, B
a	$A \cdot a$	$\frac{1}{2} A \cdot a$	$\frac{1}{2} B \cdot a$	$\frac{1}{2}(A+B) \cdot a$
a	$\frac{1}{2} A \cdot a$	$\frac{1}{3} A \cdot a$	$\frac{1}{6} B \cdot a$	$\frac{1}{6}(2A+B) \cdot a$
a, b	$\frac{1}{2} A \cdot (a+b)$	$\frac{1}{6} A \cdot (2a+b)$	$\frac{1}{6} B \cdot (a+2b)$	$\frac{1}{6}(2Aa+2Bb+Ab+Ba)$
a	$\frac{2}{3} A \cdot a$	$\frac{1}{3} A \cdot a$	$\frac{1}{3} B \cdot a$	$\frac{1}{3}(A+B) \cdot a$
a	$\frac{2}{3} A \cdot a$	$\frac{5}{12} A \cdot a$	$\frac{1}{4} B \cdot a$	$\frac{1}{12}(5A+3B) \cdot a$
a	$\frac{1}{3} A \cdot a$	$\frac{1}{4} A \cdot a$	$\frac{1}{12} B \cdot a$	$\frac{1}{12}(3A+B) \cdot a$