Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

Klausur zur Kinematik und Dynamik SS 2014

Namen in lesbaren Druckbuchstaben angeben!

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

Ich bestätige meine Prüfungsfähigkeit (Unterschrift):

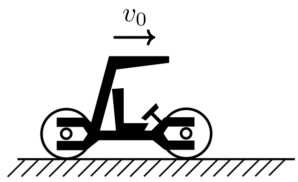
◯ Studienbegleitende Prüfung (Bachelor)
◯ Übungsscheinklausur (ohne Theorieteil)

T	
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

Theorieteil

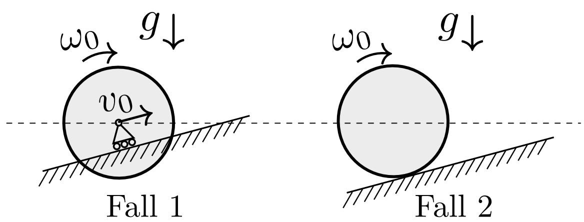
1. Bestimmen Sie die kinetische Energie des Feuersteinschen Autos, das sich im dargestellten Zustand mit der Geschwindigkeit v_0 bewegt. Die **zwei** gleichen Räder vom Radius R sind jeweils als homogene Walzen der Masse M zu betrachten, die Karosserie habe die Masse m. Reines Rollen sei vorausgesetzt. **(2 Punkte)**
   Geg.: m, M, v_0, R

   $E_{\text{kin}} =$



2. Zwei **gleiche** homogene Walzen (Radius R, Masse m) bewegen sich eine schiefe Ebene hinauf und sind in der Skizze in einem Ausgangszustand zur Zeit $t = 0$ dargestellt. Die erste Walze ist in ihrem Schwerpunkt gelagert und rotiert reibungsfrei zur Zeit $t = 0$ mit ω_0 um den Lagerpunkt, welcher sich zur Zeit $t = 0$ mit der Geschwindigkeit $v_0 = \omega_0 R$ bewegt. Die zweite Walze rollt schlupffrei dieselbe Ebene hinauf und hat zur Zeit $t = 0$ die Winkelgeschwindigkeit ω_0. Welche Walze schafft es weiter die Ebene hinauf? **(1 Punkt)**
   Geg.: m, R, ω_0, $v_0 = \omega_0 R$, g

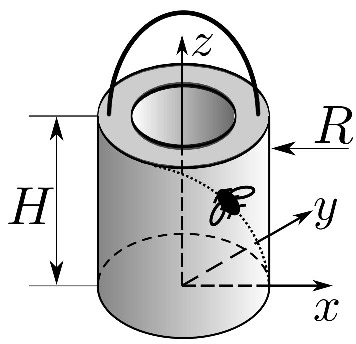
   Fall 1: ☐ Fall 2: ☐



3. Eine Fliege läuft in der Innenwand einer Mülltonne mit dem Radius R und der Höhe H vom Boden ($z = 0$) bis zum Deckel. Dabei hat sie eine konstante Winkelgeschwindigkeit ω_0 und ändert ihre Höhe (in z-Richtung) linear in der Zeit, sodass sie den Deckel zur Zeit T erreicht. Geben Sie den Orts- und Geschwindigkeitsvektor der Fliege in *Zylinderkoordinaten* an. **(2 Punkte)**
   Geg.: R, H, T, ω_0

   $\underline{x}_{\text{Fliege}} =$

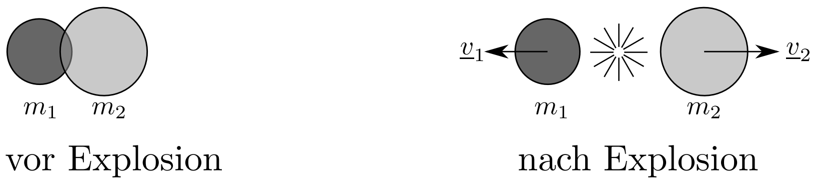
   $\underline{v}_{\text{Fliege}} =$



4. Zwei Massen befinden sich in der Ruhe und sind aneinander befestigt. Dann trennt eine Explosion die Massen und setzt diese in Bewegung. Die Massen m_1 und m_2 sind bekannt, die Geschwindigkeit $\underline{v}_1$ der Masse m_1 wurde nach der Explosion gemessen. Bestimmen Sie $\underline{v}_2$. **(1 Punkt)**

   Geg.: m_1, m_2, $\underline{v}_1$

   $\underline{v}_2 =$



5. Im Rahmen der klassischen Mechanik unterlaufen zwei Körper einen Stoßprozess. Kreuzen Sie bitte alle allgemein zutreffenden Aussagen zum Stoß an. **(2 Punkte)**

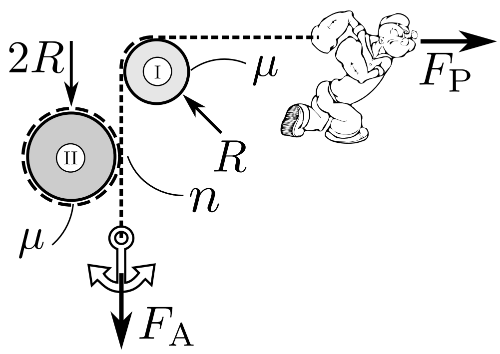
   Erhalten bleiben:

   Der Gesamtimpuls der Körper ☐ Die Gesamtenergie der Körper ☐
   Das Gesamtvolumen der Körper ☐ Die Gesamtmasse der Körper ☐

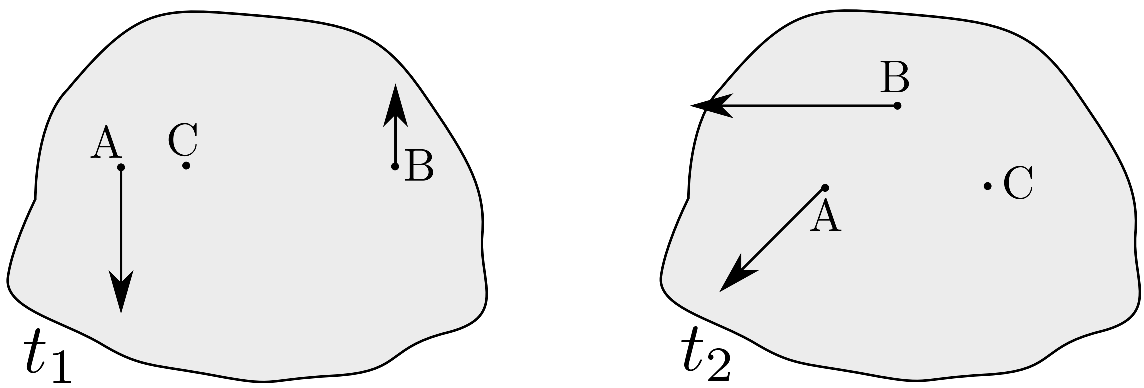
6. Wie viele mal (n) muss das ideale Seil um den Poller (II) gewickelt werden, sodass Popeye den Anker in der gezeigten Lage halten kann? **(2 Punkte)**

   Geg.: R, F_P, $F_\mathrm{A} = \mathrm{e}F_\mathrm{P}$, $\mu = 2/(9\pi)$, $\mathrm{e} \approx 2{,}71828$

   $n =$



7. Ein Körper bewegt sich in der Ebene und ist zu zwei verschiedenen Zeitpunkten gezeigt. Es sind jeweils die Geschwindigkeiten an den Punkten A und B bekannt. Zeichnen Sie die Geschwindigkeitsrichtungen im Punkt C als auch den Momentanpol Π in die Skizzen zur Zeit t_1 und t_2 ein. **(2 Punkte)**



8. Die Geschwindigkeit eines Massenpunktes ist als Funktion vom Ort bekannt als $v(x) = A + \exp(Cx)$, wobei A und C Konstanten sind. Geben Sie die Beschleunigung als Funktion vom Ort an. **(1 Punkt)**

   Geg.: A, C, $v(x) = A + \exp(Cx)$

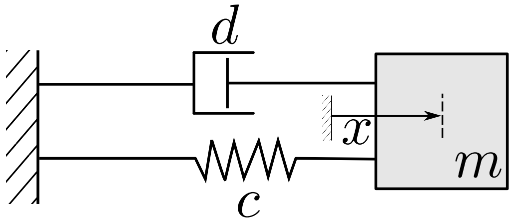
   $a(x) =$

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

Name, Vorname: **Matr.-Nr.**:

9. Geben Sie an, ob das gezeigte System mit folgenden Konstanten schwingfähig ist: $c = 1\,\mathrm{N/m}$, $d = 4\,\mathrm{Ns/m}$ und $m = 2\,\mathrm{kg}$. **(1 Punkt)**

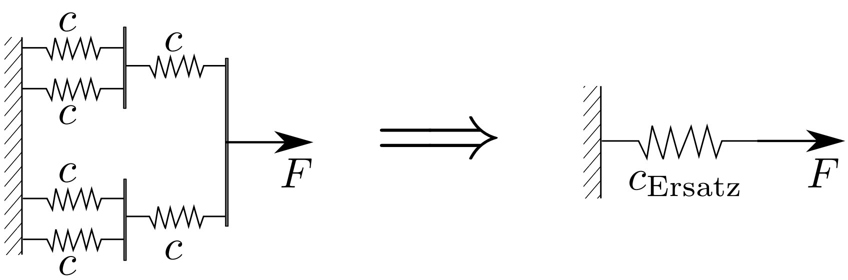
Das System ist schwingungsfähig:
Ja ☐ Nein ☐



10. Das gezeigte System mit sechs gleichen Federn der Steifigkeit c soll durch eine einzige Feder der Steifigkeit c_{Ersatz} ausgetauscht werden. Eine Kraft F soll in beiden gezeigten Federschaltungen die gleiche Auslenkung bewirken. Geben Sie c_{Ersatz} an. **(1 Punkt)**

Geg.: c

$c_{\text{Ersatz}} =$



11. Geben Sie die Maßeinheiten folgend aufgeführter Größen **ausschließlich** in den Einheiten 1, kg, m, s und K an: **(2 Punkte)**

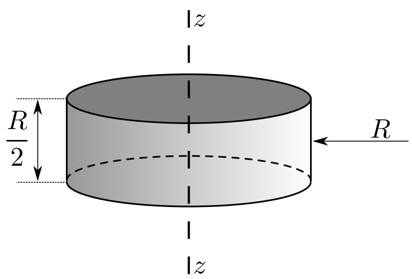
Haftreibungskoeffizient μ_{H}: Impuls $\underline{p}$:

Massenträgheitsmoment Θ_{zz}: Eigenkreisfrequenz ω:

12. Die gezeigte Tonne ist aus einem besonderen Schaum hergestellt, der in Abhängigkeit vom senkrechten Abstand r zur Symmetrieachse z eine variable Massendichte $\rho(r) = ar$ aufweist. Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment Θ_{zz}. **(2 Punkte)**

Geg.: R, $\rho(r) = ar$, $a = \text{const.}$

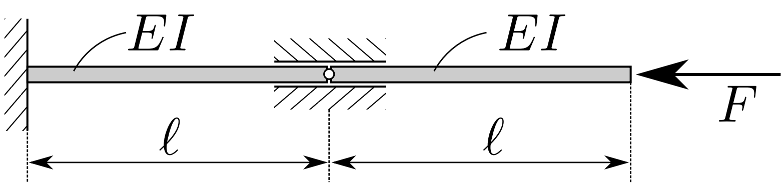
$\Theta_{zz} =$



13. Geben Sie für das gezeigte Trägersystem die kritische Knicklast F_{krit} an. **(1 Punkt)**

Geg.: E, I, ℓ

$F_{\text{krit}} =$

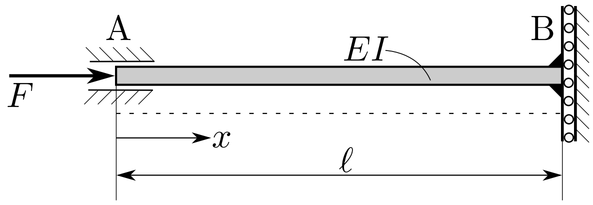


Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

Rechenteil

1 Knicklast und -form eines Trägers (11 Punkte)

Der auf Druck belastete elastische Träger ist auf Stabilität zu untersuchen.



a) Geben Sie die EULERsche Knickgleichung und deren allgemeine Lösung an. **(1 Punkt)**

b) Formulieren Sie die Randbedingungen für das System. Achtung: Beachten Sie die *biegesteifen* Ecken am Lager B. **(2 Punkte)**

c) Bestimmen Sie die kritische Knicklast des Systems. **(5 Punkte)**

d) Geben Sie die Funktion $w(x)$ der ersten Knickform in Abhängigkeit einer einzigen unbekannten Konstante an. **(2 Punkte)**

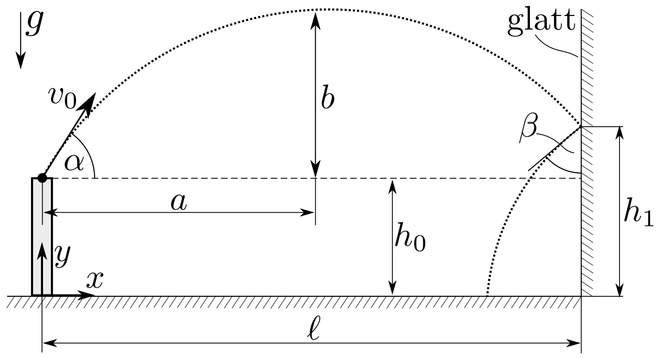
e) Skizzieren Sie die erste Knickform qualitativ. **(1 Punkt)**

Geg.: ℓ, E, I

2 Ballwurf von einem Turm und Stoß an einer Wand (16 Punkte)

Von einem Turm wird ein Ball, der als ideale Punktmasse betrachtet werden kann, unter einem Winkel α mit einer Geschwindigkeit v_0 zur Zeit $t = 0$ abgeworfen. Später stößt der Ball auf eine glatte Wand. Luftreibung sei im Folgenden zu vernachlässigen.

Hinweis: Wenn Sie in einem Aufgabenteil eine Lösung nicht ermitteln konnten, rechnen Sie bitte mit Symbolen weiter.



Zur Bearbeitung der Aufgabe beachten Sie bitte die *unten gegeben* Größen! Weiterhin ist folgende Formel hilfreich:

$$\sin(2\gamma) = 2\cos(\gamma)\sin(\gamma) \ .$$

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für den Wurfvorgang (vor dem Stoß) in Abhängigkeit des gegebenen (x, y)-Koordinatensystems auf. Ermitteln Sie weiterhin die Funktionen $x(t)$ und $y(t)$. **(4 Punkte)**

b) Bestimmen Sie das vertikale Maß b, an dem der Ball die maximale Höhe erreicht hat. Bestimmen Sie ebenfalls das zugehörige horizontale Maß a. **(4 Punkte)**

c) Bestimmen Sie die Ballgeschwindigkeit in x- und y-Richtung unmittelbar *vor* dem Stoß an der rechten Wand. **(3 Punkte)**

d) Bestimmen Sie die Ballgeschwindigkeit in x- und y-Richtung unmittelbar *nach* dem Stoß (Stoßzahl e) an der rechten Wand. Die rechte Wand ist *glatt*! **(3 Punkte)**

e) Unter welchem Winkel β wird der Ball von der Wand abgestoßen? **(2 Punkte)**

Geg.: α, g, h_0, $v_0 = \sqrt{2gh_0}$, $e = 1/2$, $\ell = 2\sin(2\alpha)h_0$

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

Name, Vorname: **Matr.-Nr.:**

3 Ebene Kinetik und Kinematik eines Starrkörpersystems (20 Punkte)

Im dargestellten System sind zwei homogene Scheiben über **ein** Seil miteinander verbunden. Die obere Scheibe (Masse M_1, Massenträgheitsmoment Θ^{S_1}) ist in ihrem Schwerpunkt an einem Festlager A angebracht. Der Schwerpunkt der unteren Scheibe (Masse M_2, Massenträgheitsmoment Θ^{S_2}) wird vertikal über das Lager B geführt. Ein weiteres Seil verbindet die obere Scheibe mit einem Klotz (Masse m) auf einer reibungsfreien schiefen Ebene.

Aufgrund der Erdbeschleunigung setzt sich das System aus der Ruhe in Bewegung, wobei die beiden Seilabschnitte zwischen den Rollen immer exakt vertikal laufen.

Hinweis: Sämtliche Seile sind dehnstarr und laufen schlupffrei!

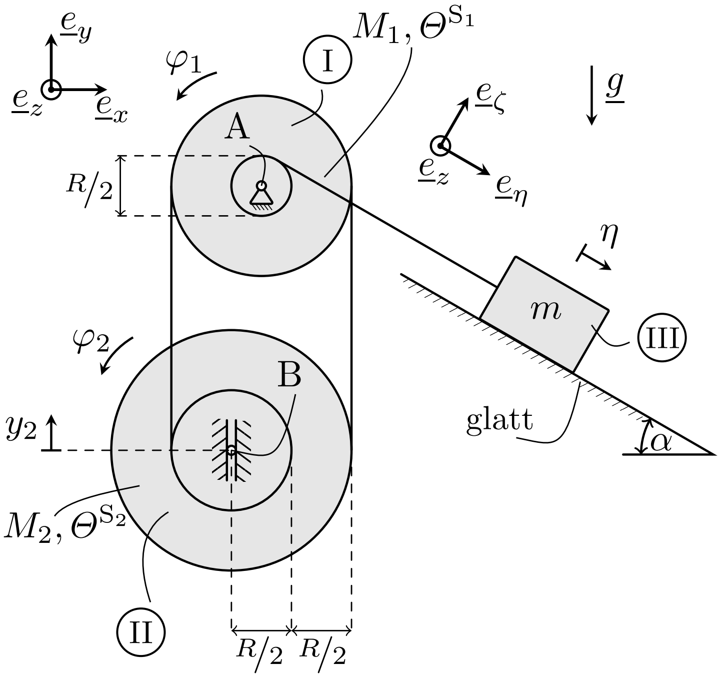
a) Fertigen Sie **vollständige** Freischnitte beider Scheiben und des Klotzes an. **(3 Punkte)**

b) Stellen Sie nun für jedes Untersystem geeignete Drall- und/oder Schwerpunktsätze zur Bestimmung der Bewegungsgrößen η, y_2, φ_1 und φ_2 auf. **(4 Punkte)**

Verwenden Sie **ausschließlich** die Koordinaten- und Winkelrichtungen η, y_2, φ_1 und φ_2 aus der Skizze.

Hinweis: Reaktionskräfte (z. B. an Lagern oder Böden) sind **nicht** gesucht. Vermeiden Sie das Aufstellen unnötiger Gleichungen.

c) Geben Sie die kinematischen Beziehungen zwischen den Bewegungsgrößen an. Nutzen Sie diese, um die Beschleunigungen $\ddot{y}_2$, $\ddot{\varphi}_1$ und $\ddot{\varphi}_2$ in Abhängigkeit von $\ddot{\eta}$ darzustellen. **(10 Punkte)**



d) Verwenden Sie die Beziehungen aus Aufgabenteil c), um aus den Drall- und Schwerpunktsätzen aus Aufgabenteil b) ein Gleichungssystem zur Bestimmung der Beschleunigung des Klotzes $\ddot{\eta}$ zu erhalten. Nennen Sie die darin noch verbleibenden unbekannten Größen. **(3 Punkte)**

Lösen Sie das Gleichungssystem nicht!

Geg.: R, m, M_1, M_2, Θ^{S_1}, Θ^{S_2}, α, g

4 Energie und Arbeit an einer schiefen Ebene (18 Punkte)

Ein homogener Vollzylinder (I) ist über ein masseloses undehnbares Seil mit einer ebenfalls homogenen Scheibe (II) verbunden. Scheibe (II) ist durch ein weiteres masseloses undehnbares Seil mit dem Körper (III) verbunden. Der Zylinder (I) bewegt sich rein rollend auf der linken schiefen Ebene. In der Lagerung der Scheibe (II) wirkt ein der Drehrichtung entgegengesetztes konstantes Reibmoment M_R. Weiterhin liegt zwischen Körper (III) und der rechten schiefen Ebene Gleitreibung (μ) vor.

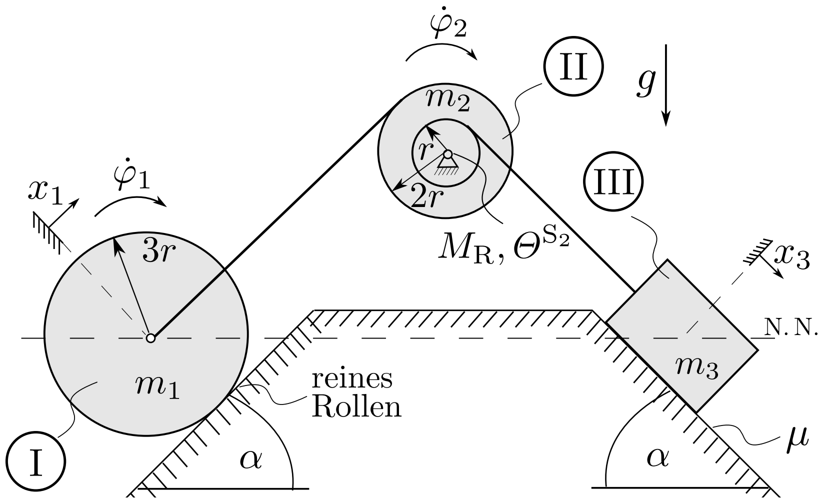
Das System setzt sich aufgrund der Schwerkraft aus der Ruhe bei $x_1(t=0)=0$, $\varphi_2(t=0)=0$ und $x_3(t=0)=0$ nach rechts in Bewegung.

a) Drücken Sie $\dot{\varphi}_1$, φ_2, $\dot{\varphi}_2$, x_3 und $\dot{x}_3$ in Abhängigkeit von x_1 bzw. $\dot{x}_1$ aus. **(5 Punkte)**

b) Bestimmen Sie die kinetische Energie des Systems zur Zeit t in Abhängigkeit von $\dot{x}_1$. **(4 Punkte)**

c) Bestimmen Sie die potentielle Energie des Systems zur Zeit t in Abhängigkeit von x_1 in Bezug auf die gezeichnete (N. N.)-Linie. **(3 Punkte)**

d) Bestimmen Sie die dissipative Arbeit für einen beliebigen zurückgelegten Weg $x_1(t)$. **(3 Punkte)**



e) Bestimmen Sie mit Hilfe des Arbeitssatzes die Geschwindigkeit $\dot{x}_1(x_1)$. **(3 Punkte)**

Geg.: m_1, m_2, m_3, $\Theta^{\mathrm{S}_2}=2m_2r^2$, r, α, μ, M_R.

5 Schwingung einer geführten Masse (15 Punkte)

An einen starren Klotz in einer Führung sind Federn und ein Dämpfer angeschlossen. Für $\tilde{x}=0$ sind die Federn entspannt. Zur Zeit $t=0$ ist das System in der Ruhe ($\dot{\tilde{x}}(t=0)=0$) und mit $\tilde{x}(t=0)=\tilde{x}_0$ ausgelenkt. Das dargestellte System ist **schwach** gedämpft!

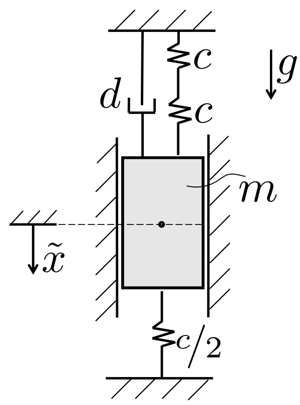
a) Schneiden Sie das System im ausgelenktem Zustand frei. **(1 Punkt)**

b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung bzgl. der Koordinate $\tilde{x}$ auf. **(2 Punkte)**

c) Ermitteln Sie die statische Ruhelage $\tilde{x}_\mathrm{stat}$ des Systems. **(1 Punkt)**

d) Transformieren Sie die Bewegungsgleichung in die Koordinate x der statischen Ruhelage über $\tilde{x}=x+\tilde{x}_\mathrm{stat}$. **(2 Punkte)**

e) Identifizieren Sie die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz ω und die Abklingkonstante δ. Schreiben Sie die Bewegungsgleichung aus d) mit ω und δ auf. **(1 Punkt)**



f) Identifizieren Sie weiterhin die gedämpfte Eigenkreisfrequenz ω_D und bestimmen Sie die Funktion $x(t)$ mit den Symbolen ω_D und δ für die gegebenen Anfangsbedingungen. **(6 Punkte)**

Hinweis: Beachten Sie, dass die Anfangsbedingungen für die Koordinate $\tilde{x}$ aufgestellt sind.

g) Zu welcher Zeit $t^*>0$ durchläuft die Schwingung erstmals die statische Ruhelage? **(2 Punkte)**

Hinweis: $-\tan(\varphi_0)=\tan(-\varphi_0)=\tan(\pi-\varphi_0)$.

Geg.: m, c, d, g, $\tilde{x}_0$