2. Klausur Mechanik II WS 2006/07, Prof. Dr. rer. nat. W. H. Müller

Bitte deutlich schreiben!

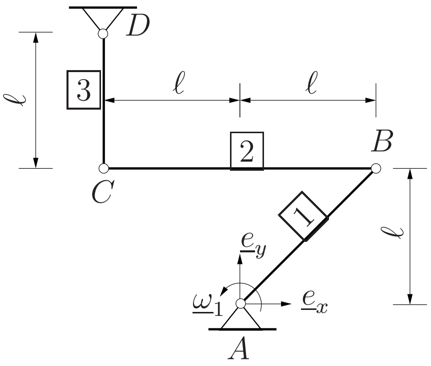
T	
1	
2	
3	
$\sum$	

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

1 **(6 Punkte)**



Geg.: ℓ, ω_1

Drei starre Stangen sind wie in der Abbildung dargestellt über Gelenke miteinander verbunden. Das System wird um den Punkt A mit der Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}_1 = \omega_1 \underline{e}_z$ angetrieben.

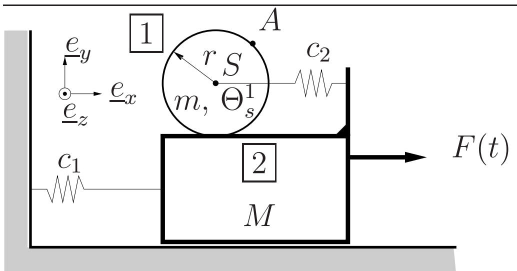
(a) [**1 Punkte**]Berechnen Sie die momentane Geschwindigkeit des Punktes B.

(b) [**1 Punkt**]Konstruieren Sie den momentanen Geschwindigkeitspol des Starrkörpers $\boxed{2}$ und geben Sie dessen Lage in den gegebenen kartesischen Koordinaten an.

(c) [**1 Punkt**]Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit des Starrkörpers $\boxed{2}$.

(d) [**3 Punkte**]Berechnen Sie abschließend die Geschwindigkeit des Punktes C und die Winkelgeschwindigkeit des Starrkörpers $\boxed{3}$.

2 **(20 Punkte)**



Ein Schlitten (Masse M) ist, wie in der Abbildung zu sehen, mit einer Feder der Steife c_1 verbunden und wird mit einer zeitlich veränderlichen Kraft $F(t)$ auf einer reibungsfreien Oberfläche in Bewegung gesetzt. Auf dem Schlitten befindet sich eine Walze (Radius r, Masse m), die wieder über eine Feder der Steife c_2 mit der Schlittenwand verbunden ist. Die Bewegung der Walze soll rein rollend ablaufen. Geg.: m, M, Θ_s^1, r, c_1, c_2, $F(t)$

(a) [**1 Punkt**] Wieviele Freiheitsgrade hat das Starrkörpersystem, bzw. wieviele unabhängige Variablen benötigt man zur Aufstellung der Bewegungsdifferentialgleichung/en?

(b) [**2 Punkte**] Schneiden Sie alle Körper komplett frei.

(c) [**3 Punkte**] Wenden Sie den Schwerpunktsatz für den Schlitten und den Drehimpulssatz sowie den Schwerpunktsatz für die Walze an.

(d) [**2 Punkte**] Wo befindet sich der Momentanpol der Walze in Bezug auf ein globales, ortsfestes Koordinatensystem? Skizzieren Sie diesen und konstruieren Sie in der Skizze die Richtung der Geschwindigkeiten in den Punkten A und S unter Verwendung der gewählten Bewegungsrichtungen.

(e) [**1 Punkt**] Nennen Sie die kinematische/n Bedingung/en zur Verknüpfung der Unbekannten.

(f) [**1 Punkt**] Stellen Sie nun die Bewegungsdifferentialgleichung/en für das Gesamtsystem auf.

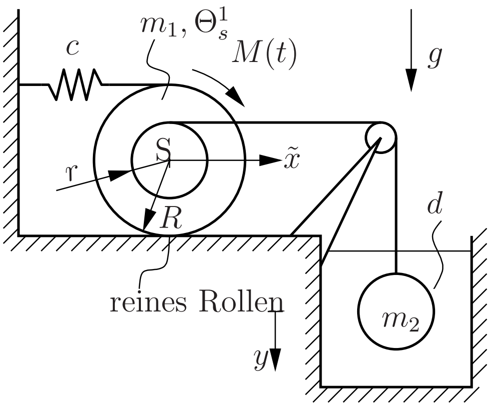
(g) [**1 Punkt**] Reduzieren Sie das System auf den Teilkörper 2. Die Kraft $F(t)$ greife auf der Schwerachse am Körper 2 an. Geben Sie die Bewegungs-Differentialgleichung für die Masse M an.

(h) [**7 Punkte**] Nehmen Sie $F(t) = \hat{F}\cos(\Omega t)$ an. Geben Sie die Gesamtlösung für die Bewegungs-Differentialgleichung des reduzierten Systems an. Die Anfangsbedingungen seien $x(t) = 0$ und $\dot{x}(t) = v_0$.

(i) [**1 Punkt**] Wie groß ist die maximale Federkraft im eingeschwungenen Zustand?

(j) [**1 Punkt**] Notieren Sie den Phasenfrequenzgang für ein überkritisch abgestimmtes System.

3 **(14 Punkte)**



Das skizzierte System wird durch das Moment $M(t)$ zum Schwingen angeregt. Auf die Rolle (m_1, Θ_s^1) sind zwei Seile gewickelt, eins geht über eine Feder (Steifigkeit c) an eine feste Wand, am anderen hängt über die Umlenkrolle eine Kugel (m_2) in einem Behälter mit einer zähen Flüssigkeit. Der Strömungswiderstand der Kugel ist proportional zur Geschwindigkeit mit dem Widerstandskoeffizienten d. Die Feder ist bei $\tilde{x} = 0$ entspannt (s. Zeichnung).
Annahmen: Vernachlässigung aller weiteren Widerstände, der Masse der Umlenkrolle sowie des hydrostatischen Auftriebs der Kugel. Die Seile seien dehnstarr und bleiben immer gespannt.

(a) [**1 Punkt**] Schneiden Sie beide Körper frei.

(b) [**3 Punkte**] Wenden Sie den Schwerpunkt- bzw. Drehimpulssatz an.

(c) [**2 Punkte**] Nennen Sie die kinematischen Beziehungen.

(d) [**2 Punkte**] Wie lauten die Material-Strukturgleichungen?

(e) [**1 Punkt**] Stellen Sie mithilfe dieser Vorarbeiten die Bewegungsdifferentialgleichung in Abhängigkeit der Koordinate $\tilde{x}$ auf.

(f) [**1 Punkt**] Bestimmen Sie die statische Ruhelage x_{stat} für den Fall $M(t) = 0$.

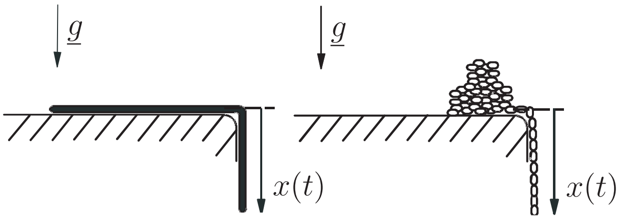
(g) [**1 Punkt**] Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems um die statische Ruhelage in Abhängigkeit der Variablen $x = \tilde{x} - x_{\text{stat}}$.

(h) [**2 Punkte**] Bestimmen Sie die Eigenfrequenz des Systems.

(i) [**1 Punkt**] Ermitteln Sie den Dämpfungsgrad, bzw. das Lehrsche Dämpfungsmaß D.

Geg.: m_1, m_2, Θ_s^1, $M(t) = M_0 \cos \Omega t$, M_0, Ω, g, c, d, r, R

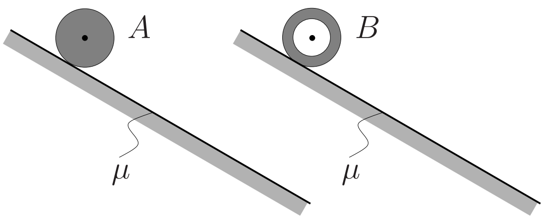
Theorieaufgaben (10 Punkte)

1. 

Ein Seil / eine Kette rutscht (reibungsfrei) auf der Tischkante nach unten. Kreuzen Sie zutreffende Aussagen an!

	Seil	Kette
Der Impulssatz gilt		
Der Energiesatz gilt		
Der Arbeitssatz gilt		

(1 Punkt)

2. 

Zwei Körper gleich großer Masse $m_A = m_B =: m$ und gleicher Außenabmessungen $r_A = r_B =: r$ bewegen sich <u>rein rollend</u> unter gleichen Anfangs- und Randbedingungen dieselbe schiefe Ebene herab.

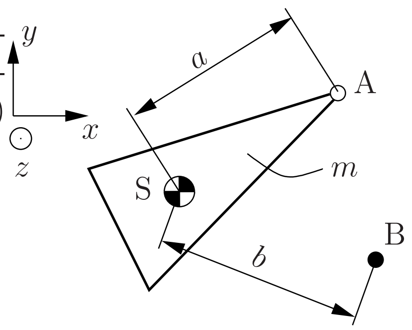
Geg.: m, r, $\mu > 0$

Welcher Körper passiert als erster den Fußpunkt? **(1 Punkt)**

☐ Körper A
☐ Körper B
☐ beide Körper benötigen die gleiche Zeit

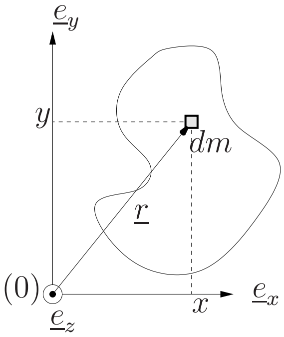
3. Gegeben ist das Massenträgheitsmoment Θ_z^A bzgl. A. Geben Sie das Massenträgheitsmoment Θ_z^B bzgl. B als Funktion der gegebenen Größen an! (S ist Massenmittelpunkt.)

Geg.: a, b, m, Θ_z^A



$$\Theta_z^B =$$

(1 Punkt)

4. 

Geg.: R, h, ϱ

Geben Sie die Formel für das Massenträgheitsmoment $\Theta_{zz}^{(0)}$ an. Wie groß ist dieses für den Spezialfall eines Zylinders mit Radius R und Höhe h um dessen Schwerpunkt?

$$\Theta_{zz}^{(0)} =$$

$$\Theta_{zz}^{\text{zyl}} =$$

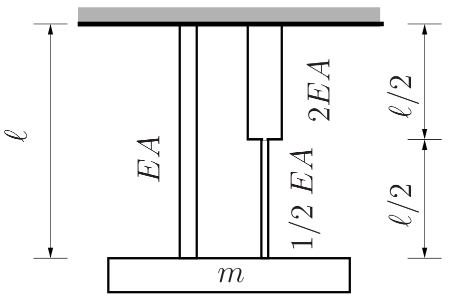
(2 Punkte)

5. Unter welchen Voraussetzungen vereinfacht sich die Formel für den Drehimpuls in der Ebene auf $L = \Theta\omega$? Kreuzen Sie die richtige/n Antwort/en an!

   - [ ] Die Bezugsachse geht durch den Schwerpunkt
   - [ ] Die Bezugsachse geht durch den momentanen Geschwindigkeitspol
   - [ ] Der Geschwindigkeitsvektor des körperfesten Punktes, durch den der Koordinatenursprung verläuft, und der Ortsvektor zum Schwerpunkt sind parallel

(1 Punkt)

6.



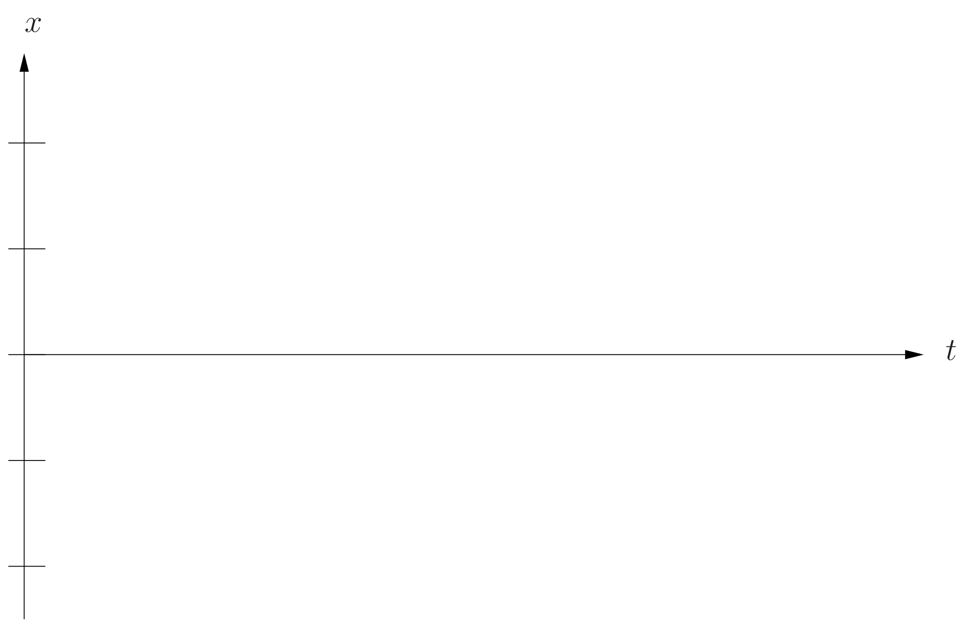
Berechnen Sie die Ersatzfedersteifigkeit des Einmassen-. schwingers, dessen Masse an Dehnstäben unterschiedlicher Steifigkeit hängt. Die äquivalente Federsteifigkeit eines Dehnstabes der Länge ℓ beträgt dabei $c = EA/\ell$

$c^* =$

Geg.: EA, ℓ

(2 Punkte)

7. Skizzieren Sie die vier möglichen Fälle der starken Dämpfung und kennzeichnen Sie die Anfangsauslenkung x_0 und die Anfangsgeschwindigkeit $\dot{x}_0$.



(2 Punkte)