[redacted]

1. Klausur Mechanik II WS 08/09

Prof. Dr. rer. nat. W. H. Müller, Lehrstuhl für Koninuumsmechanik und Materialtheorie

Bitte deutlich in Druckbuchstaben schreiben!

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

1	
2	
3	
$\sum$	
T	

Bitte links oder rechts ankreuzen!

○ Studienbegleitende Prüfung ○ Übungsscheinklausur

Theorieaufgaben

1. Bestimmen Sie den Bremsweg eines Autos, der nötig ist, um seine kinetische Energie auf $\frac{1}{3}$ des Anfangswertes zu reduzieren.

   Gegeben: μ, g, m, v **1 Punkt**

   $\cancel{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{6}mv^2} = -\int^{x} F_W \, dx \qquad F_W = \mu F_N = \mu m g$

   $\frac{1}{6}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = -\mu m g x \qquad x = \frac{\frac{1}{6}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2}{-\mu m g} = \frac{\frac{1}{3}mv^2}{\mu m g} = \frac{1}{3}\frac{v^2}{\mu g}$

2. Geben Sie die Einheiten folgender Größen ausschließlich in kg, m , N und s an:

Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$	$\frac{1}{s^2}$	
Wegfederkonstante c_f	$\frac{N}{m}$	$\frac{kg}{s^2}$
Biegesteifigkeit EI	Nm^2	$\frac{kg\,m^3}{s^2}$

1 Punkt

3. Welche Aussagen sind korrekt für den zentrischen Stoß von Massenpunkten? (Bitte ankreuzen)

   - [x] Die Gesamtmasse bleibt erhalten.
   - [x] Der Gesamtimpuls bleibt erhalten.
   - [ ] Es gilt in jedem Fall der Energiesatz.
   - [x] Es gilt in jedem Fall der Arbeitssatz.

2 Punkt

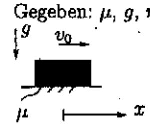
4. Ein stehender Güterwagen ($m_1 = 20$t) wird durch einen anderen Güterwagen ($m_2 = 30$t) mit einer Geschwindigkeit von $v_2 = 5$km/h gerammt. Welche Geschwindigkeit ergibt sich, wenn die Wagen nach dem Zusammenstoß miteinander zusammengekoppelt sind? Reibung soll vernachläßigt werden.

   $v =$ 3 km/h

1 Punkt

5. Ein Klotz der Masse m rutscht reibungsbehaftet (Reibungskoeffizient μ) auf einer horizontalen Ebene. Welche Beschleunigung hat der skizzierte Klotz für den Fall, dass die Geschwindigkeit $v_0 > 0$ ist? Bitte ankreuzen.

   Gegeben: μ, g, m, v_0



   - [ ] $\ddot{x} = mg$
   - [x] $\ddot{x} = -\mu g$
   - [ ] $\ddot{x} = 0$
   - [ ] $\ddot{x} = \mu g$

1 Punkt

6. Welche der folgenden Kräfte sind konservativ? Bitte ankreuzen!

   - [x] Gravitationskraft
   - [ ] Reibungskraft
   - [x] Federkraft

1 Punkt

7. Die Lage eines Punktes P wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$x(t) = \cos(\Omega t) + Bt + C$$

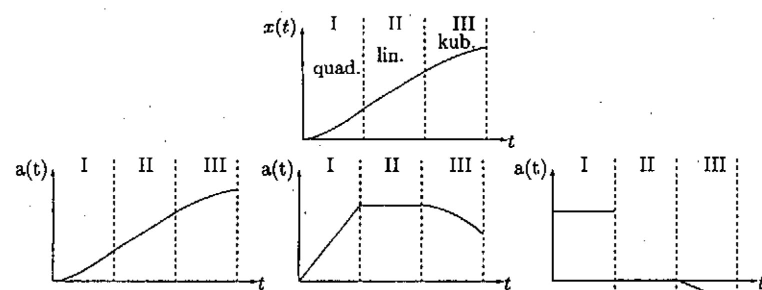
   Wie lautet die Beschleunigung in Abhängigkeit von der Zeit t?

   $v(t) = -\Omega \sin(\Omega t) + B$

   $a(t) = -\Omega^2 \cos(\Omega t)$

1 Punkt

8. Welcher der skizzierten Beschleunigung-Zeit-Verläufe $a(t)$ gehört zu dem gegebenen Weg-Zeit-Verlauf $x(t)$? Bitte kreuzen Sie an!



   - [ ]
   - [ ]
   - [x]

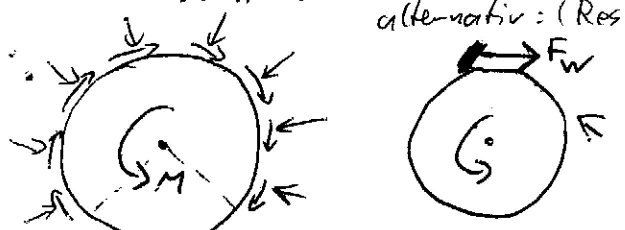
1 Punkt

9. $-1N \leq k \leq 1N$

Musterlösung 1. Klausur Mechanik 2 WS 08/09

1/ a) Freischnitt:

alternativ: (Resultierende)



① nur für Freischnitt a) und b) richtig

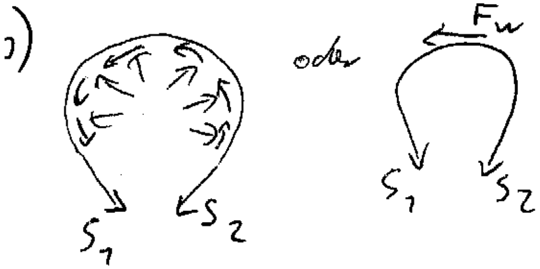
(Normalkräfte müssen in den Freischnitten nicht eingetragen sein)

Momentengleichgewicht:

$$-M + \int r \, dF_W = -M + rF_W = 0$$

$$F_W = \frac{M}{r} \qquad = 400\,N \quad ①$$

b)



[Richtung der Reibkraft ist wichtig!]

2,2481878 14

Kräftegleichgewicht im Seil:

$$S_2 = S_1 + F_W$$

Euler-Eytelwein:

$$S_2 = S_1 \exp(\mu\alpha)$$

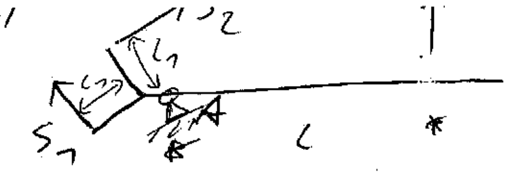
①

$$S_1 = \frac{F_W}{e^{\mu\alpha}-1} = \frac{400\,N}{e^{0{,}25\frac{3}{2}\pi}-1}$$

$$S_2 = \frac{400\,N}{e^{0{,}25\frac{3}{2}\pi}-1} + 400\,N$$

①

c)



①

Momentengleichgewicht:

$$\Sigma M^{(A)} = 0: \; Fl - S_1 l_1 - S_2 l_1 = 0$$

$$F = (S_1 + S_2)\frac{l_1}{l} \quad ①$$

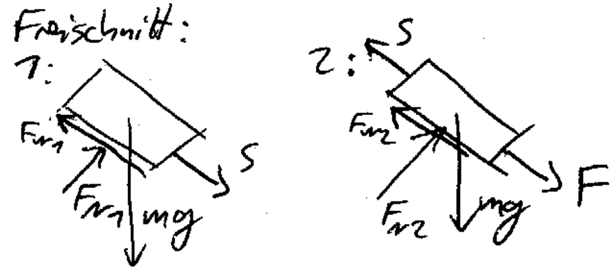
$$= \left(\frac{800\,N}{e^{0{,}25\frac{3}{2}\pi}-1} + 400\,N\right) \cdot \frac{1}{5}$$

[Vereinfachung von Ergebnissen nicht nötig in dieser Aufgabe]

1.2

Freischnitt:

a)



①

Newton Masse 1:

$$M\ddot{x}_1 = Mg\sin\alpha + S - F_{r1}$$

$$M\ddot{y}_1 = F_{N1} - Mg\cos\alpha$$

① [Für 2x Newton richtig in x-Richtung]

Newton Masse 2:

$$m\ddot{x}_2 = mg\sin\alpha - S - F_{r2} + F$$

$$m\ddot{y}_2 = F_{N2} - mg\cos\alpha$$

$$\ddot{y}_1 = \ddot{y}_2 = 0 \Rightarrow F_{N1} = Mg\cos\alpha \qquad F_{N2} = mg\cos\alpha$$

Coulomb: $F_{r1} = \mu_1 F_{N1} = \mu_1 Mg\cos\alpha \qquad F_{r2} = \mu_2 F_{N2} = \mu_2 mg\cos\alpha$

[Für richtige Normalkräfte + Coulombgesetz] ①

$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$ (1)

lles einsetzen:

$\frac{kg}{s^2} \cdot kg \frac{m}{s^2}$

$$\Rightarrow S = \frac{M}{M+m} F + \frac{Mm}{M+m} g \cos\alpha (\mu_1 - \mu_2) \quad (1)$$

Beschleunigung?

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = g \sin\alpha + \frac{F}{M+m} + \frac{m}{M+m} g \cos\alpha (\mu_1 - \mu_2) - \mu_1 g \cos\alpha \quad (1)$$

) mit $F=0$ und $\mu_1 = \mu_2$

$$\ddot{x}_1 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = a_0 \quad (1)$$

2x Integrieren

$$v(t) = v_0 + a_0 t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a_0}$$

$$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

$$x = v_0 \left(\frac{v - v_0}{a_0}\right) + \frac{1}{2} a_0 \left(\frac{v - v_0}{a_0}\right)^2$$

$$\Rightarrow v(x) = \sqrt{v_0^2 + 2 a_0 x} \quad (1)$$

Bedingung:

$$v(x_E) = 0$$

$$v_0^2 + 2 a_0 x_E = 0$$

$$x_E = -\frac{v_0^2}{2 a_0} \quad (1)$$

noch eintragen!

2. a)

$$(E_1^{pot} + E_1^{kin}) - (E_0^{pot} + \underbrace{E_0^{kin}}_{=0}) = 0 \quad (1)$$

$E_1^{pot} = mg(h_0 - l)$, $E_1^{kin} = \frac{1}{2} m v_1^2$, $E_0^{pot} = mgh_0$

[Exemplarisch für N.N. auf Wasseroberfläche. Anderes N.N. natürlich zulässig]

$\Rightarrow$

$$0 + mgh_0 = \frac{1}{2} m v_1^2 + mg(h_0 - l)$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2gl} \quad (1)$$

b)

$$(E_2^{pot} + \underbrace{E_2^{kin}}_{=0}) - (E_0^{pot} + \underbrace{E_0^{kin}}_{=0}) = 0$$

$$E_0^{pot} = mgh_0$$

$$E_2^{pot} = mg(h_0 - l - z_s) + \frac{1}{2} c z_s^2 \quad (1)$$

einsetzen:

$$z_s^2 - 2\frac{mg}{c} z_s - 2\frac{mg}{c} l = 0$$

Lösung:

$$z_{s_{1,2}} = \frac{mg}{c}\left[1 \pm \underbrace{\sqrt{1 + 2\frac{c}{mg} l}}_{>1}\right] \quad (1)$$

nur + physikal. sinnvoll:

$$\Rightarrow z_s = \frac{mg}{c}\left[1 + \sqrt{1 + 2\frac{c}{mg} l}\right]$$

$$a = l + \frac{mg}{c}\left[1 + \sqrt{1 + 2\frac{c}{mg} l}\right] \quad (1)$$

a) $\underline{r}(t) = (r_0 + \xi t)\, \underline{e}_r$ (1)

b) $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{c}{r(t)} = \frac{c}{r_0 + \xi t}$ (1)

Integration:

$\varphi(t) = \frac{c}{\xi} \ln\left(\frac{r_0 + \xi t}{r_0}\right)$ (1)

$\Rightarrow t(\varphi) = \frac{r_0}{\xi}\left(e^{\frac{\xi}{c}\varphi} - 1\right)$ (1)

$\Rightarrow r(\varphi) = r_0\, e^{\frac{\xi}{c}\varphi}$ (1)

c) $\underline{v}(t) = \dot{\underline{r}}(t) = \dot{r}\,\underline{e}_r + r\dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi$ $\quad \left[\dot{\varphi}(t) = \frac{c}{r_0 + \xi t}\right]$

$= \xi\, \underline{e}_r + (r_0 + \xi t)\cancel{\frac{c}{(r_0+\xi t)}}\, \underline{e}_\varphi$

$= \xi\, \underline{e}_r + c\,\underline{e}_\varphi$ (1)

$\underline{a}(t) = \dot{\underline{v}}(t) = \xi\, \dot{\underline{e}}_r + c\, \dot{\underline{e}}_\varphi$ (1)

$= \xi \dot{\varphi}\, \underline{e}_\varphi - c\dot{\varphi}\, \underline{e}_r$ $\quad$ nur für φ bei beiden richtig ersetzt

$= \frac{c}{r_0 + \xi t}\left(\xi\, \underline{e}_\varphi - c\,\underline{e}_r\right)$ (1)

7a) $w(0) = 0$ (1)

$M(0) = 0 \Leftrightarrow w''(0) = 0$ (1)

$w'(l) = 0$ (1)

$Q(l) = -cw(l) \Rightarrow -EI w'''(l) = -cw(l)$ (1)

4 Ableitungen der Lösung:

$w = A\cos(\alpha x) + B\sin(\alpha x) + C\alpha x + D$

$w' = -A\alpha\sin(\alpha x) + B\alpha\cos(\alpha x) + C\alpha$

$w'' = -A\alpha^2\cos(\alpha x) - B\alpha^2\sin(\alpha x)$

$w''' = A\alpha^3\sin(\alpha x) - B\alpha^3\cos(\alpha x)$ (1)

Einsetzen:

$\Rightarrow$ $w(0) = A + D$

$w''(0) = \cancel{} -\alpha^2 A$

$w'(l) = \alpha\left(-A\sin(\alpha l) + B\cos(\alpha l)\right) + C\alpha$

$EIw'''(l) - cw(l) = EI\alpha^3\left(A\sin(\alpha l) - B\cos(\alpha l)\right) - c\left(A\cos(\alpha l) + B\sin(\alpha l) + C\alpha l + D\right)$ (1)

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} A = 0 \\ D = 0 \end{matrix}\right\}$ (1) $\quad$ alternativ bei 4x4 Matrix

Umstellen und in Matrixform schreiben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\alpha l) & 1 \\ -EI\alpha^3\cos(\alpha l) - c\sin(\alpha l) & -c\alpha l \end{bmatrix}}_{\det \underline{M}} \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$ (1)

andere Möglichkeit

$\det \underline{M} = 0$

$\Rightarrow -c\alpha l\cos(\alpha l) + EI\alpha^3\cos(\alpha l) + c\sin(\alpha l) = 0$ (1)

max. (5)

c) $c \to 0$

$\Rightarrow EI\alpha^3\cos(\alpha l) = 0$

$\cos(\alpha l) = 0$ (1)

kleinstes α:

$\alpha_1 = \frac{\pi}{2l}$ 1

$F_{krit} = \alpha^2 EI$

$= EI \frac{\pi^2}{4l^2}$ 1