# 2. Klausur Kinematik und Dynamik WS 08/09
# Prof. Dr. rer. nat. W. H. Müller, Lehrstuhl für Koninuumsmechanik und Materialtheorie

---

**Bitte deutlich in Druckbuchstaben schreiben!**

| | |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| $\sum$ | |
| T | |

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

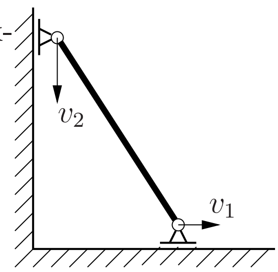
Studiengang:

**Bitte links oder rechts ankreuzen!**

◯ Studienbegleitende Prüfung ◯ Übungsscheinklausur

## Theorieaufgaben

1. Zeichnen Sie den Momentanpol $M$ der skizzierten Bewegung in der aktuellen Lage ein!




**1 Punkt**

2. Die Differentialgleichung der freien Einmassenschwingung lautet

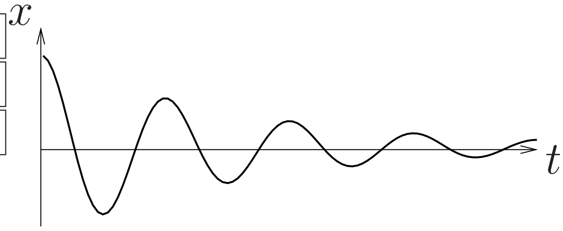
$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega^2 x = 0$$

Was ist notwendig, damit man den abgebildeten Zeitverlauf erhält? (bitte ankreuzen)

☐ $\delta > 1$ $\delta < 1$ ☐

☐ $\delta > \omega$ $\delta < \omega$ ☐

☐ $2\delta > \omega$ $2\delta < \omega$ ☐




**1 Punkt**

3. Geben Sie die Maßeinheiten folgender Größen in den Einheiten 1, kg, m und s an:

| | |
|---|---|
| Massenträgheitsmoment $\Theta_{SS}$ | |
| Lehrsches Dämpfungsmaß $D$ | |
| Dämpferkonstante $\kappa$ | |
| Phasenverschiebung/- shift $\alpha$ | |

**2 Punkte**

4. Die beiden Schwingungssysteme bestehen aus Punktmassen und masselosen linearen Hookeschen Federn. Welches der folgenden Systeme hat die größere Eigenkreisfrequenz ?
Bitte kreuzen Sie an:


☐ ☐

**1 Punkt**

5. Geben Sie für einen Einmassenschwinger mit der Bewegungsdifferentialgleichung

$$m\ddot{x} + \kappa\dot{x} + cx = F_0 - mg$$

die statische Ruhelage an:

$x_{\text{stat}} =$

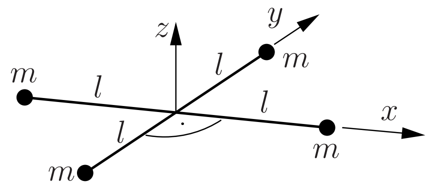
**1 Punkt**

6. Wie groß sind die Massenträgheitsmomente des skizzierten Systems bezüglich der Achsen $x$, $y$, $z$? (Die Massen sind als Massenpunkte zu betrachten.)

$\Theta_{xx} =$

$\Theta_{yy} =$

$\Theta_{zz} =$




**1 Punkt**

7. Skizzieren Sie den Bewegungsverlauf eines freien, gedämpften Schwingers bei starker Dämpfung $D > 1$. Die Anfangsbedingungen $x(t = 0) = x_0$ und $\dot{x}(t = 0) = v_0 > 0$ sind zu berücksichtigen und in der Skizze deutlich zu machen.


**2 Punkte**

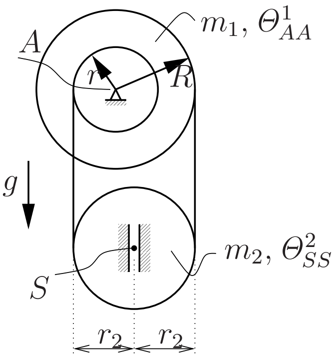
8. Geben Sie die Anzahl der Freiheitsgrade folgender Systeme an:

☐ Starrer Körper im 3D-Raum.
☐ Punktmasse im 3D-Raum.
☐ Punktmasse in 2D-Ebene.

**1 Punkt**

## $\boxed{1}$ **(11 Punkte)**

Zwei Riemenscheiben sind über ein Seil miteinander verbunden. Das Seil läuft ohne Schlupf und seine Abschnitte zwischen den Riemenscheiben hängen genau senkrecht. Der Schwerpunkt $S$ der unteren Scheibe ist vertikal geführt. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Punktes $S$ der unteren Scheibe zu einem beliebigen Zeitpunkt $t$ mit dem Schwerpunkt- und Drallsatz. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor (Hinweis: $r_2$ ist nicht gegeben und muss berechnet werden!):




(a) Fertigen Sie jeweils einen vollständigen Freischnitt der oberen und der unteren Rolle an und stellen Sie sowohl den Drall- als auch den Schwerpunktsatz in $x$- und $y$-Richtung für beide Rollen auf. Wieviele kinematische Beziehungen sind nötig, um das Gleichungssystem lösen zu können?

(b) Stellen Sie alle kinematischen Beziehungen auf. Geben Sie zunächst die Geschwindigkeiten der Punkte 1 und 2 in Abhängigkeit von $\omega_1$ an. Geben Sie nun die Geschwindigkeiten der Punkte 1 und 2 in Abhängigkeit von $v_s$ (der Geschwindigkeit des Punktes $S$) und $\omega_2$ an. Benutzen Sie nun diese Gleichungen, um kinematische Beziehungen zwischen $v_s$, $\omega_1$ und $\omega_2$ zu finden. (Wichtig: Es sollen auch kinematische Beziehungen für die anderen verwendeten Koordinaten angegeben werden!)

(c) Lösen Sie das Gleichungssystem aus Drall-und Schwerpunktsatz, kombiniert mit den kinematischen Beziehungen, nach $\dot{v}_s$ auf und bestimmen Sie durch Integration die Geschwindigkeit des Punktes $S$. Beachte: $v_s$(t=0)=0.

Geg.: $R$, $r$, $m_1$, $\Theta^1_{AA}$, $m_2$, $\Theta^2_{SS}$, $g$

## $\boxed{2}$ **(13 Punkte)**

Eine Rolle der Masse $m_1$ ist über ein Seil mit einem Körper der Masse $m_2$ verbunden. Unter der Bedingung reinen Rollens ermittle man die Beschleunigung $\ddot{x}_1$. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

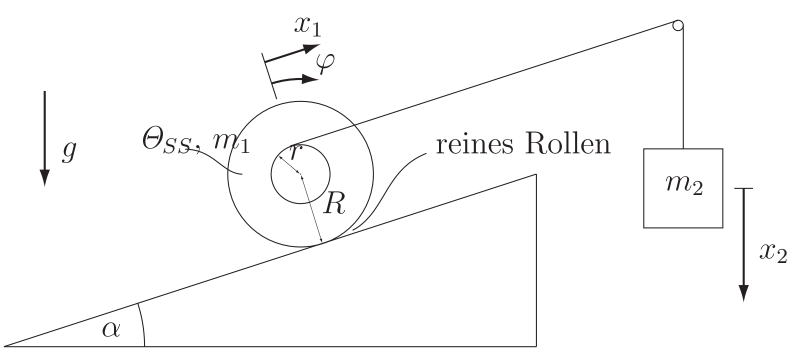
(a) Fertigen Sie jeweils einen vollständigen Freischnitt der Rolle und der Masse $m_2$ an. Stellen Sie für die Rolle den Drallsatz um den Schwerpunkt und den Schwerpunktsatz in $x_1$-Richtung auf. Stellen Sie weiterhin für die Masse den Schwerpunktsatz in $x_2$-Richtung auf und finden Sie kinematische Beziehungen zwischen $\varphi$, $x_1$ und $x_2$.

(b) Lösen Sie nun nach $\ddot{x}_1$ auf und bestimmen Sie durch Integration $x_1$(t). Benutzen Sie die Anfangsbedingungen:
$x_1(\text{t=0}) = x_0$ und $\dot{x}_1(\text{t=0}) = v_0$

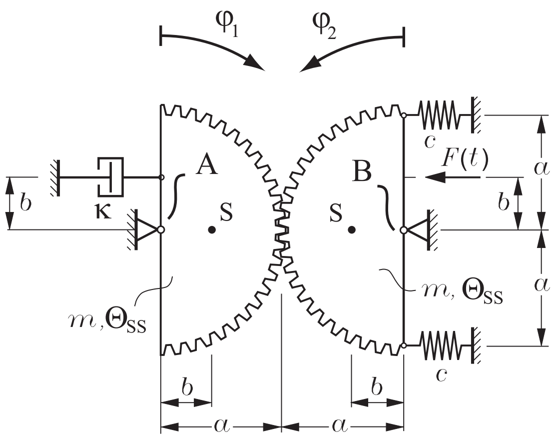
(c) Berechnen Sie nun die Seilkraft. Welcher Bedingung muss $m_2$ genügen, damit sich die Rolle aus der Ruhe für $t > 0$ bergab bewegt?

(d) Zeichnen Sie in eine Skizze den aktuellen Momentanpol der Rolle ein.

Geg.: $m_1$, $m_2$, $r$, $R$, $g$, $\Theta_{SS}$, $\alpha$,



Das skizzierte System besteht aus zwei Zahnscheiben, zwei Federn und einem Dämpfer und wird von der Kraft $F(t)$ angetrieben. Die Federn sind in der skizzierten Lage entspannt.




(a) Fertigen Sie vollständige Freischnitte beider Zahnscheiben an und stellen Sie den Drallsatz für beide Zahnscheiben auf. Gehen Sie von kleinen Auslenkungen $\varphi_1$ und $\varphi_2$ aus. Beachten Sie, dass das Massenträgheitsmoment bezüglich des Schwerpunktes $S$ der Zahnscheiben gegeben ist. Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems in $\varphi_1$.

(b) Geben Sie für den Fall schwacher Dämpfung die Eigenkreisfrequenz der <u>freien</u> gedämpften Schwingung und den Abklingkoeffizienten an! Geben Sie eine allgemeine Lösung der linearen Bewegungsdifferentialgleichung der <u>freien</u> gedämpften Schwingung an (in Abhängigkeit von $\omega_d$ und $\delta$). Passen Sie diese Lösung an die Anfangsbedingungen
$\varphi_1(t{=}0) = \varphi_0$
und
$\dot{\varphi}_1(t{=}0) = 0$
an.

(c) Bestimmen Sie nun die Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung im eingeschwungenen Zustand. Geben Sie eine kurze Begründung, warum die partikuläre Lösung ausreicht, um den eingeschwungenen Zustand zu beschreiben. Benutzen Sie einen Ansatz vom Typ der rechten Seite um die Amplitude und die Phasenverschiebung der stationären Schwingung zu <u>berechnen</u>. (Hinweis: Die Antwortamplitude darf in Abhängigkeit der Phasenverschiebung dargestellt werden!)

Geg.: $a,\ b,\ \kappa,\ c,\ m,\ \Theta_{SS},\ F(t) = F_0 \cos(\Omega t),\ F_0,\ \Omega$