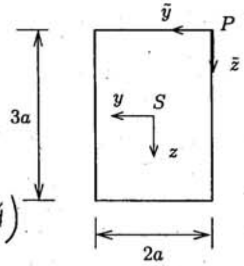
Theoriefragen:

T1) (1 Punkt)
Gegeben ist die Kraft $\underline{F} = F\underline{e}_x - 2F\underline{e}_y$ und der Ortsvektor vom Koordinatenursprung zum Kraftangriffspunkt $\underline{r} = 2a\,\underline{e}_x + a\,\underline{e}_z$. Man berechne das Moment bezüglich des Ursprungs O (vektoriell):

$$\underline{M}^O = \underline{r} \times \underline{F} = \begin{vmatrix} \underline{e}_x & \underline{e}_y & \underline{e}_z \\ 2a & 0 & a \\ F & -2F & 0 \end{vmatrix} = 2Fa\,\underline{e}_x + Fa\,\underline{e}_y - 4Fa\,\underline{e}_z$$

T2) (2 Punkte)
Für das skizzierte Rechteck berechne man



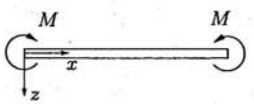
- das Flächenträgheitsmoment I_{yy} bezogen auf das Hauptachsensystem bei S:

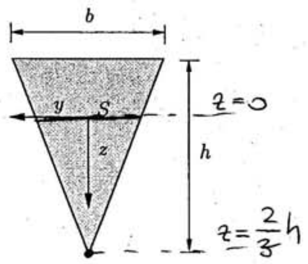
$$I_{yy} = \frac{9}{2}a^4$$

- das Flächenträgheitsmoment $I_{\tilde{y}\tilde{y}}$ bezogen auf das Koordinatensystem bei P:

$$I_{\tilde{y}\tilde{y}} = 18a^4 \quad \left(= \frac{9}{2}a^4 + \frac{27}{2}a^4\right)$$

T3) (2 Punkte)





Für den skizzierten Dreiecksquerschnitt mit dem Flächenmittelpunkt S, der durch reine Biegung belastet ist, gebe man die Stellen z an, an denen

- die Biegespannungen Null sind:

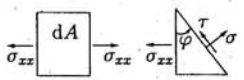
$\sigma = 0$ bei $z = 0$

- die Biegezugspannungen bei positivem Biegemoment M maximal sind:

σ maximal bei $z = \frac{2}{3}h$

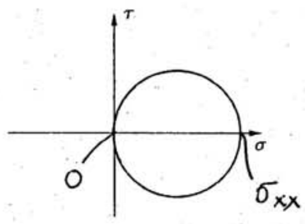
Mechanik – 1 Nachklausur WS 04/05 Prof. W.H.Müller - LKM

T4) (2 Punkte)



- Zeichnen Sie qualitativ den MOHRschen Kreis für einen einachsigen Spannungszustand mit $\sigma_{xx} > 0$.
- Wie groß sind die Hauptspannungen?

$\sigma_{max} = \sigma_{xx}$ $\quad \sigma_{min} = 0$



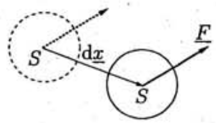
- Wie groß ist die maximale Tangentialspannung?

$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sigma_{xx}$

- Unter welchem Winkel φ tritt τ_{max} auf?

$\varphi = \pi/4$

T5) (1 Punkt)
Ein Körper bewegt sich im Einfluß einer Kraft $\underline{F}$ um den infinitesimalen Weg $\mathrm{d}\underline{x}$. Wie groß ist die damit verbundene infinitesimale Arbeit (Definition mit <u>vektoriellen</u> Größen)?



$\mathrm{d}W := \underline{F} \cdot \mathrm{d}\underline{x}$

T6) (2 Punkte)
Tragen Sie analog zu der ersten Zeile der gegebenen Tabelle für verschiedene Strukturen die zugehörigen Spannungen und die Steifigkeiten ein:

Struktur	Steifigkeit	Spannung
Zugstab	EA	Normalspannung
Balken (unter reiner Biegung)	EI	(Kreuzen Sie die richtige Antwort an) ⊗ Normalspannung ○ Tangentialspannung
Torsionsstab (unter reiner Torsion)	GI_p	(Kreuzen Sie die richtige Antwort an) ○ Normalspannung ⊗ Tangentialspannung

Aufgabe 1

1)

- $\underline{e}_2 = \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|}$ Formel : 1

$\vec{AB} = \underline{r}_B - \underline{r}_A = (a\underline{e}_x - a\underline{e}_y) - (2a\,\underline{e}_z)$

$= a\,\underline{e}_x - a\,\underline{e}_y - 2a\,\underline{e}_z$ 1

$|\vec{AB}| = \sqrt{a^2 + (-a)^2 + (-2a)^2} = \sqrt{6}\,a$ 1

$\Rightarrow \boxed{\underline{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(\underline{e}_x - \underline{e}_y - 2\,\underline{e}_z\right)}$ 1

- $\underline{e}_3 = \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|}$

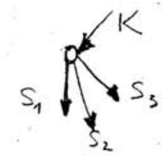
$\vec{AC} = \underline{r}_C - \underline{r}_A = (a\,\underline{e}_x + a\,\underline{e}_y) - (2a\,\underline{e}_z)$

$= a\,\underline{e}_x + a\,\underline{e}_y - 2a\,\underline{e}_z$ 1

$|\vec{AC}| = \sqrt{(a)^2 + (a)^2 + (-2a)^2} = \sqrt{6}\,a$ 1

$\Rightarrow \boxed{\underline{e}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(\underline{e}_x + \underline{e}_y - 2\underline{e}_z\right)}$ 1

b)



$\Sigma\underline{F} = \underline{K} + \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 \overset{!}{=} \underline{0}$ 1

$\Rightarrow (-F\underline{e}_x - F\underline{e}_z) - S_1\underline{e}_z + S_2\frac{1}{\sqrt{6}}(\underline{e}_x - \underline{e}_y - 2\underline{e}_z)$ 1

$+ S_3\frac{1}{\sqrt{6}}(\underline{e}_x + \underline{e}_y - 2\,\underline{e}_z) \overset{!}{=} \underline{0}$

$\Rightarrow \underline{e}_x\left(-F + \frac{S_2}{\sqrt{6}} + \frac{S_3}{\sqrt{6}}\right) + \underline{e}_y\left(-\frac{S_2}{\sqrt{6}} + \frac{S_3}{\sqrt{6}}\right)$

$+ \underline{e}_z\left(-F - S_1 - \frac{2S_2}{\sqrt{6}} - \frac{2S_3}{\sqrt{6}}\right) \overset{!}{=} \underline{0}$

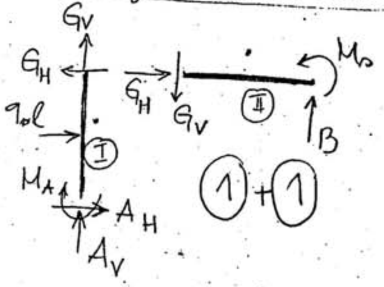
$$\left.\begin{aligned} \Rightarrow x:&\quad -F + \frac{S_2}{\sqrt{6}} + \frac{S_3}{\sqrt{6}} = 0 \quad \text{---- (I)} \\ y:&\quad -\frac{S_2}{\sqrt{6}} + \frac{S_3}{\sqrt{6}} = 0 \quad \text{--- (II)} \\ z:&\quad -F - S_1 - \frac{2S_2}{\sqrt{6}} - \frac{2S_3}{\sqrt{6}} = 0 \quad \text{---- (III)} \end{aligned}\right\} 1$$

aus I und II $\Rightarrow \boxed{S_2 = S_3 = \frac{\sqrt{6}}{2}F}$ 2

aus III $\Rightarrow \boxed{S_1 = -3F}$ 1

Aufgabe 2

Auflager- und Bindereaktionen:



(1) + (1)

System (II):

$\Sigma M_G \doteq M_0 + B l \overset{!}{=} 0 \rightarrow \boxed{B = -\frac{M_0}{l}}$ (1)

$\Sigma F_V \doteq G_V - B \overset{!}{=} 0 \Rightarrow \boxed{G_V = -\frac{M_0}{l}}$ (1)

$\Sigma F_H \doteq \boxed{G_H \overset{!}{=} 0}$ (1)

System (I):

$\Sigma F_H \doteq A_H - \underbrace{G_H}_{=0} + q_0 l \overset{!}{=} 0 \Rightarrow \boxed{A_H = -q_0 l}$ (1)

$\Sigma F_V \doteq G_V + A_V \overset{!}{=} 0 \Rightarrow \boxed{A_V = +\frac{M_0}{l}}$ (1)

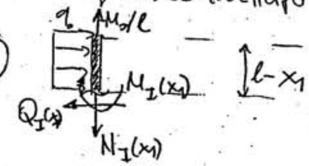
$\Sigma M_A \doteq M_A + (q_0 l)\left(\frac{l}{2}\right) \overset{!}{=} 0 \Rightarrow \boxed{M_A = -\frac{1}{2} q_0 l^2}$ (1)

Schnittlasten:

System (I):

- negatives Schnittufer:

(1)



$\Rightarrow \boxed{N_I(x_1) = -\frac{M_0}{l}}$ (1)

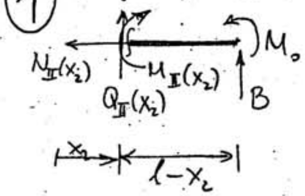
(1) $\Rightarrow \boxed{Q_I(x_1) = q_0 (l - x_1)}$

$\Rightarrow \boxed{M_I(x_1) = -\frac{1}{2} q_0 (l - x_1)^2}$

(1)

System (II):

(1) - negatives Schnittufer:



$\Rightarrow \boxed{N_{II}(x_2) = 0}$ (1)

$\boxed{Q_{II}(x_2) = -\frac{M_0}{l}}$ (1)

$\boxed{M_{II}(x_2) = M_0 - \frac{M_0}{l}(l - x_2)}$

bzw.:

$\boxed{M_{II}(x_2) = M_0 \frac{x_2}{l}}$ (1)

Aufgabe 3

a) $EI\,w'''' = q_0$

$$EI\,w''' = q_0 x + c_1$$

$$EI\,w'' = \frac{1}{2} q_0 x^2 + c_1 x + c_2$$

$$EI\,w' = \frac{1}{6} q_0 x^3 + \frac{1}{2} c_1 x^2 + c_2 x + c_3$$

$$EI\,w = \frac{1}{24} q_0 x^4 + \frac{1}{6} c_1 x^3 + \frac{1}{2} c_2 x^2 + c_3 x + c_4 \quad 1$$

- Randbedingungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ w(0) = 0 \\ 2)\ w'(0) = 0 \end{array}\right\} 1 \qquad \left.\begin{array}{l} 3)\ w'(\ell) = 0 \\ 4)\ w'''(\ell) = 0 \end{array}\right\} 1$$

- Bestimmung der Konstanten:

aus RB 1 $\Rightarrow$ $c_4 = 0$ 1

aus RB 2 $\Rightarrow$ $c_3 = 0$ 1

aus RB 4 $\Rightarrow$ $c_1 = -q_0 \ell$ 1

aus RB 3 $\Rightarrow$ $c_2 = \frac{1}{3} q_0 \ell^2$ 1

- Biegelinie:

$$\boxed{w(x) = \frac{1}{EI}\left[\frac{1}{24} q_0 x^4 - \frac{1}{6} q_0 \ell x^3 + \frac{1}{6} q_0 \ell^2 x^2\right]} \quad 1$$

b) σ_{xx} bei $x=0$:

$$\max \sigma(0) = \frac{M(0)}{I_y} \cdot z_{max}$$

$$M(0) = -EI\,w''(0)$$

$$\Rightarrow M(0) = -\frac{1}{3} q_0 \ell^2 \quad 1$$

$$I_y = \frac{1}{12} b \cdot h^3 = \frac{1}{12} a \cdot (2a)^3 = \frac{2}{3} a^4 \quad 1$$

$$|z|_{max} = a$$

$$\Rightarrow \boxed{|\sigma_{max}(0)| = \frac{q_0 \ell^2}{2a^3}} \quad 1$$

— o —