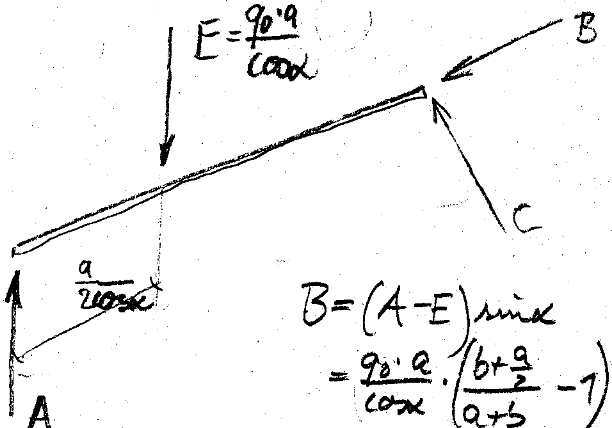
Institut für Mechanik	Lösungen	
	Aufgabe	1
Mechanik I	Seite	1/1

1.



$$C \cdot \frac{a+b}{\cos\alpha} - E \cdot \frac{a}{2}$$

$$C = \frac{q_0 a^2}{2\cos\alpha} \cdot \frac{\cos\alpha}{a+b}$$

$$\underline{C = \frac{1}{2} \frac{q_0 a^2}{a+b}}$$

$$A \cdot (a+b) - E \cdot \left(b + \frac{a}{2}\right)$$

$$\underline{A = \frac{q_0 \cdot a}{\cos\alpha} \cdot \frac{b+\frac{a}{2}}{a+b}}$$

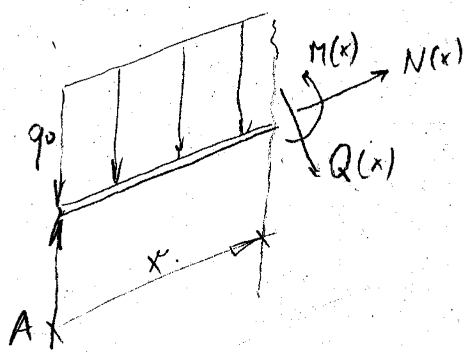
$$B = (A - E)\sin\alpha$$

$$= \frac{q_0 \cdot a}{\cos\alpha} \cdot \left(\frac{b+\frac{a}{2}}{a+b} - 1\right)\sin\alpha$$

$$= q_0 a \left(\frac{b+\frac{a}{2}}{a+b} - 1\right) \cdot \tan\alpha$$

$$\underline{B = -q_0 \frac{a^2}{2 \cdot (a+b)} \cdot \tan\alpha}$$

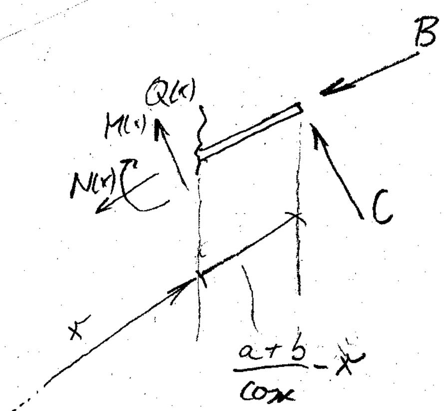
2.



$$N(x) = (-A + q_0 x)\sin\alpha$$

$$Q(x) = (A - q_0 x)\cos\alpha \qquad 0 < x < \frac{a}{\cos\alpha}$$

$$M(x) = \left(A \cdot x - \frac{q_0 x^2}{2}\right)\cos\alpha$$



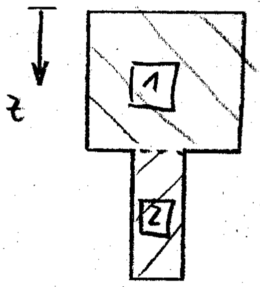
$$N(x) = -B$$

$$Q(x) = -C \qquad \frac{a}{\cos\alpha} < x < \frac{a+b}{\cos\alpha}$$

$$M(x) = C \cdot \left(\frac{a+b}{\cos\alpha} - x\right)$$

Institut für Mechanik	Lösungen	
	Aufgabe	2
	Seite	1

Schwerpunkt, Trägheitsmoment I_{yy}



	z_i	A_i	$z_i A_i$	$z_s - z_i$	$(z_s - z_i)^2 A_i$	J_{yy}°
1	$\frac{5}{2}a$	$15a^2$	$\frac{75}{2}a^3$	$\frac{5}{4}a$	$\frac{25}{16} \cdot 15a^4$	$3a\ \frac{125}{12}a^3$
2	$\frac{15}{2}a$	$5a^2$	$\frac{75}{2}a^3$	$-\frac{15}{4}a$	$\frac{225}{16}\ 5a^4$	$\frac{125}{12}a^4$

$$z_s = \frac{75a^3}{20a^2} = \frac{15}{4}a$$

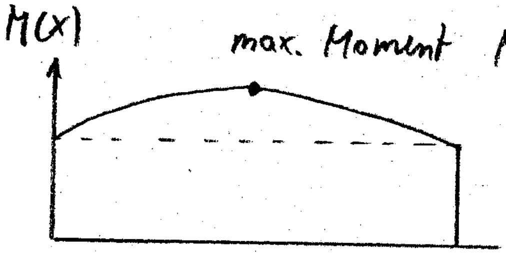
$$J_{yy}^{ges} = \left[\frac{1125}{16} + \frac{375}{16} + \frac{375}{12} + \frac{125}{12}\right] a^4$$

$$J_{yy}^{ges} = \frac{1625}{12} a^4$$

$$e_{max} = \frac{25}{4}a$$

Schnittlasten

max. Moment $M(\frac{l}{2}) = q_0 l^2$



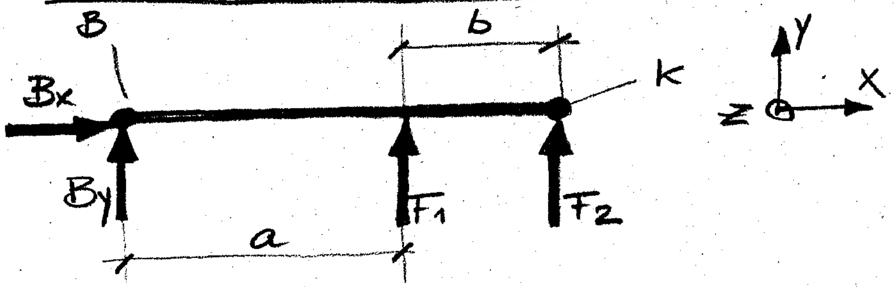
Institut für Mechanik	Lösungen	
	Aufgabe	2
	Seite	2

Die Zugfaser ist stärker beansprucht, da dort der Randfaserabstand größer ist ($e_{max} = \frac{25}{4} a$)

$$\sigma_{max} = \frac{M_{y\,max}}{J_{yy}^{ges}} e_{max} = \frac{q_0 l^2}{\frac{1625}{12} a^4} \cdot \frac{25}{4} a = \frac{3}{65} \frac{q_0 l^2}{a^3}$$

3. AUFGABE: 13 PUNKTE!

FREISCHNITT / KRÄFTE + HEBEL:

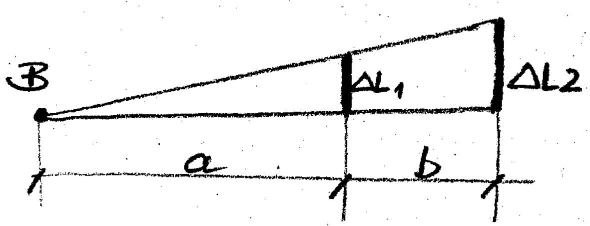


MOMENTENGLEICHGEWICHT UM PUNKT B:

$$\sum M_{(B)} \overset{!}{=} 0 = F_1 \cdot a + F_2 \cdot (a+b)$$

$$\rightarrow \underline{\underline{F_2 = - F_1 \cdot \frac{a}{(a+b)}}} \quad \text{ODER} \quad \underline{\underline{F_1 = - F_2 \, \frac{(a+b)}{a}}}$$

GEOMETRIE IM VERFORMTEN ZUSTAND:



$$\frac{\Delta L_1}{a} \overset{!}{=} \frac{\Delta L_2}{(a+b)}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\Delta L_1 = \Delta L_2 \cdot \frac{a}{(a+b)}}} \quad \text{ODER} \quad \underline{\underline{\Delta L_2 = \Delta L_1 \, \frac{(a+b)}{a}}}$$

Institut für Mechanik	Lösungen	
	Aufgabe	3
Mechanik I	Seite	2/2

HOOKE FÜR BEIDE STÄBE:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} + \alpha_1 \Delta T = \frac{F_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 \Delta T$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} + \alpha_2 \Delta T = \frac{F_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 \Delta T$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta L_1}{L} \longrightarrow \Delta L_1 = L\left[\frac{F_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 \Delta T\right]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta L_2}{L} \longrightarrow \Delta L_2 = L\left[\frac{F_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 \Delta T\right]$$

EINSETZEN IN BEZIEHUNGEN:

$$\frac{\Delta L_1}{a} \overset{!}{=} \frac{\Delta L_2}{(a+b)} \qquad \underline{\text{UND}} \qquad F_2 = -F_1 \frac{a}{a+b}$$

$$\frac{L}{a}\left[\frac{F_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 \Delta T\right] = \frac{L}{a+b}\left[\frac{F_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 \Delta T\right]$$

$$\frac{1}{a}\left[\frac{F_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 \Delta T\right] = \frac{1}{a+b}\left[-\frac{F_1 \cdot a}{(a+b) E_2 A_2} + \alpha_2 \Delta T\right]$$

$$\longrightarrow \underline{\underline{F_1 = \Delta T \frac{\left[\frac{\alpha_2}{(a+b)} - \frac{\alpha_1}{a}\right]}{\left[\frac{1}{a E_1 A_1} + \frac{a}{(a+b)^2 E_2 A_2}\right]}}}$$

$$\underline{\underline{F_2 = \Delta T \frac{\left[\frac{\alpha_1}{a} - \frac{\alpha_2}{a+b}\right]}{\left[\frac{1}{a E_1 A_1} + \frac{a}{(a+b)^2 E_2 A_2}\right]} \cdot \frac{a}{(a+b)}}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1}}} \qquad \underline{\underline{\sigma_2 = \frac{F_2}{A_2}}}$$

VERSCHIEBUNG DES PUNKTES K: $\underline{\underline{\Delta L_2 = \ldots}}$

Institut für Mechanik	Lösungen	
	Aufgabe	4
	Seite	1

Belastung $q(x) = \frac{q_1 - q_0}{l} x + q_0$

DGL des Balkens:

$$EI\, w^{IV}(x) = \frac{q_1 - q_0}{l} x + q_0$$

$$EI\, w'''(x) = \frac{q_1 - q_0}{l} \frac{x^2}{2} + q_0 x + C_1$$

$$EI\, w''(x) = \frac{q_1 - q_0}{l} \frac{x^3}{6} + q_0 \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

$$EI\, w'(x) = \frac{q_1 - q_0}{l} \frac{x^4}{24} + q_0 \frac{x^3}{6} + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$EI\, w(x) = \frac{q_1 - q_0}{l} \frac{x^5}{120} + q_0 \frac{x^4}{24} + C_1 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

Randbedingungen

1) $w'(0) = 0$

2) $Q(0) = 0 \Rightarrow w'''(0) = 0$

3) $w(l) = 0$

4) $w'(l) = 0$

Institut für Mechanik	Lösungen	
	Aufgabe	4
	Seite	2

Integrationskonstanten

$$C_1 = 0 \quad , \quad C_3 = 0$$

$$C_2 = -\frac{\ell^2}{8}\left(q_0 + \frac{1}{3} q_1\right)$$

$$C_4 = \frac{\ell^4}{240}\left(7q_0 - 3q_1\right)$$

für $C_2 = 0 \Rightarrow q_0 = -\frac{1}{3} q_1$ verschwindet

das Biegemoment bei $x = 0$