Bitte deutlich schreiben!

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

1	
2	
3	
4	
$\sum$	

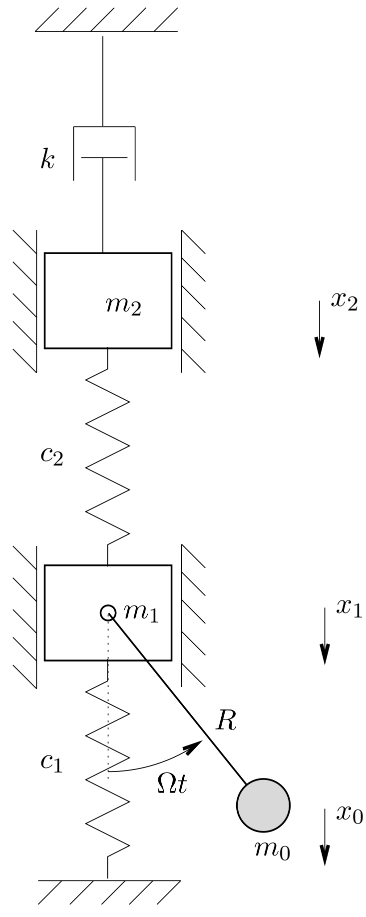
Bitte links und rechts ankreuzen!

◯ Studienbegleitende Prüfung
◯ Übungsscheinklausur

◯ Ergebnis ins WWW
◯ Ergebnis NICHT ins WWW

1 — 16 Punkte

Ein innerer Antrieb lässt eine Masse m_0 an einer Stange der Länge R mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω rotieren. Dies erzwingt Schwingungen $x_1(t)$ und $x_2(t)$. Die Schwerkraft wird vernachlässigt.



(a) Schneiden Sie die Massen m_0, m_1 und m_2 einzeln frei, und geben Sie für jede Masse den Impulssatz in vertikaler Richtung an!

(b) Bestimmen Sie die vertikale Beschleunigung $\ddot{x}_0$ der Masse m_0! Beachten Sie dabei, dass x_0 und x_1 voneinander abhängen!

(c) Das System hat zwei Freiheitsgrade. Geben Sie die Bewegungsgleichungen für $x_1(t)$ und $x_2(t)$ an!

(d) Es wird nun folgender Spezialfall angenommen:

- $k = 0$ (keine Dämpfung)
- $m_0 = \frac{1}{8}m, \quad m_1 = m, \quad m_2 = m \quad$ und
- $c_1 = \frac{21}{8}c, \quad c_2 = 3c$

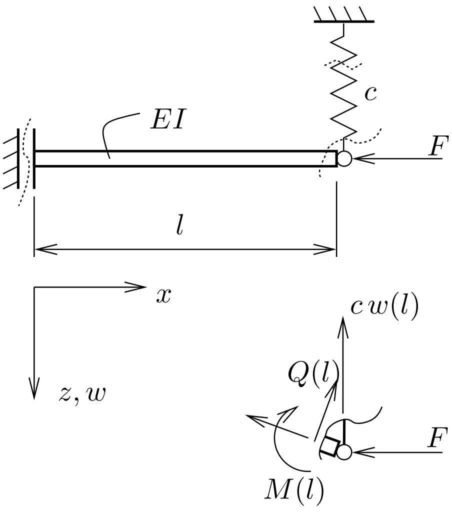
Gehen Sie zuerst von einer **freien** Schwingung aus (der Antrieb wird stillgelegt, d.h. $\Omega = 0$)! Geben Sie (für den Spezialfall) die Eigenfrequenzen an, und skizzieren Sie die Eigenvektoren! Geben Sie die homogene Lösung an!

(e) Gehen Sie nun von der **erzwungenen** Schwingung aus! Berechnen Sie (für den Spezialfall) diejenige Erregerfrequenz $\Omega = \Omega_T$ (genannt Tilgerfrequenz), bei der die Masse m_1 in Ruhe bleibt! Nehmen sie hierbei an, dass die homogene Lösung abgeklungen ist!

2 **10 Punkte**

Dargestellt ist ein Knickstab der Biegesteifigkeit EI. Die zugehörige Differentialgleichung und ihre allgemeine Lösung lauten:

$$w''''(x) + \lambda^2 w''(x) = 0 \quad \text{mit} \quad \lambda^2 = \frac{F}{EI}$$
$$w(x) = A\cos\lambda x + B\sin\lambda x + C\lambda x + D$$



(a) Geben Sie zwei Randbedingungen bei $x = 0$ an!

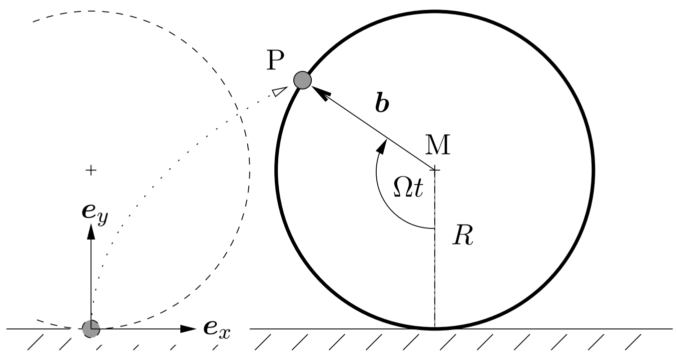
(b) Mithilfe von zwei Freischnitten können nun auch Randbedingungen bei $x = l$ angegeben werden: Schneidet man den Balken bei $x = l$ frei (siehe Bild), dann lässt sich damit eine Bedingung für $w''(l)$ finden. Mit einem anderen Freischnitt durch die Feder und links durch das Lager lässt sich eine Bedingung für $w(l)$ angeben. Wie lauten die Bedingungen für $w''(l)$ und für $w(l)$?

(c) Geben Sie alle Eigenwerte λ an!

(d) Geben Sie die kritische Last F_{krit} an, und skizzieren Sie die zugehörige Eigenform!

3 **12 Punkte**

Ein Rad mit dem Radius R rollt mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω auf einer Ebene nach rechts. Zur Zeit $t = 0$ berührt der am Rad befestigte Punkt P die Ebene, und zwar genau im Ursprung des ortsfesten kartesischen Koordinatensystems $\langle \boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y \rangle$.



(a) Bestimmen Sie den Ortsvektor zum Mittelpunkt des Rads $\boldsymbol{r}_{\mathrm{M}}(t)$ für beliebige Zeit $t \geq 0$!

(b) Bestimmen Sie den Vektor $\boldsymbol{b}$ vom Mittelpunkt M zum Punkt P für beliebige Zeit $t \geq 0$! Stellen Sie $\boldsymbol{b}$ in der gegebenen Basis $\langle \boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y \rangle$ dar!

(c) Bestimmen Sie damit Ortsvektor $\boldsymbol{r}$, Geschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{v}$ und Beschleunigungsvektor $\boldsymbol{a}$ für P, und stellen Sie diese drei Vektoren in der Basis $\langle \boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y \rangle$ dar!

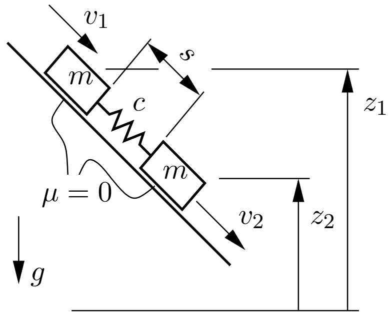
(d) Bestimmen Sie die folgenden drei Geschwindigkeitsvektoren:

- $\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{v}(\Omega t = \pi)$, d.h. P ist oben,
- $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}(\Omega t = \frac{3}{2}\pi)$, P ist rechts und
- $\boldsymbol{v}_3 = \boldsymbol{v}(\Omega t = 2\pi)$, P berührt den Boden!

Stellen Sie $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ und $\boldsymbol{v}_3$ in einer Skizze dar!

$\boxed{4}$ Theoriefragen **1 Punkt pro Aufgabe** — **12 Punkte**

1. Geben Sie den Energieerhaltungssatz für das nebenstehend skizzierte System an! Verwenden Sie die in der Skizze angebenen Größen! Die Länge der linearen Feder im entspannten Zustand sei s_0.

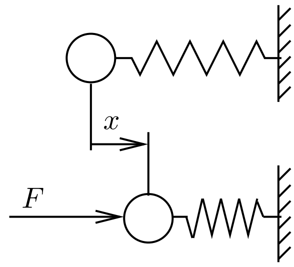


2. Wie lautet das Kraftgesetz $F(x)$ einer Feder mit dem Federpotential $U(x) = U_0 - k_1 x^2 - k_2 x^3$?

   $F(x) =$

   Eine Kugel wird auf diese Feder gedrückt. Dabei wird die Länge der Feder um x verkürzt (die Feder wird gespannt, siehe Skizze). Dann wird die Kugel losgelassen und durch die sich entspannende Feder beschleunigt. Wie groß ist die kinetische Energie der Kugel bei $x = 0$, also wenn sie sich gerade von der Feder trennt?

   $E_{\text{kin}} =$

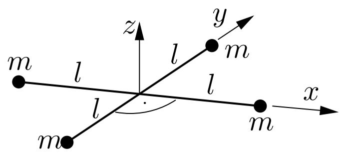


3. Wie groß sind die Massenträgheitsmomente des skizzierten Systems bezüglich der Achsen x, y, z?

   $J_{xx} =$

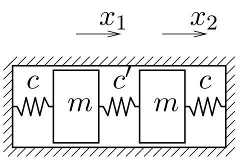
   $J_{yy} =$

   $J_{zz} =$



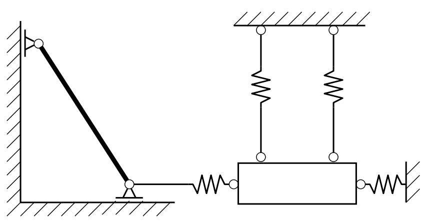
4. Welche beiden Eigenvektoren $\underline{v}_1$ und $\underline{v}_2$ würde man für das dargestellte System berechnen können? Rechnung selbst nicht nötig.

   $$\underline{v}_1 = \left(\quad \right) \qquad \underline{v}_2 = \left(\quad \right)$$

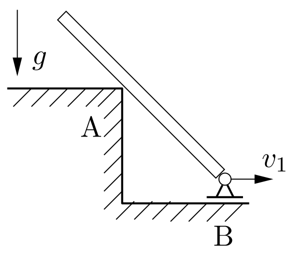


5. Wieviele Freiheitsgrade hat das skizzierte ebene System bestehend aus einer rechteckigen starren Scheibe und einem starren Balken?

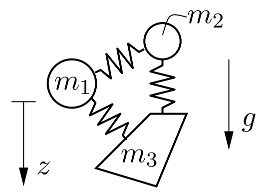
   Antwort: Es hat $\boxed{}$ Freiheitsgrade.



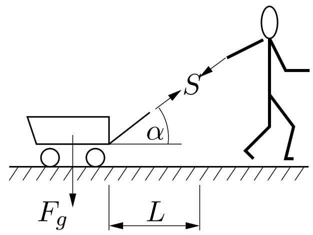
6. Die Stange liegt in der Ecke A und am Lager B auf und rutscht. Zeichnen Sie den Momentanpol ein! Hinweis: Was gilt für die Geschwindigkeit bei A?



7. Geben Sie die Bewegungsgleichung für die Bewegung des Schwerpunkts des dargestellten Systems in z-Richtung an!
   Geg.: g, m_1, m_2, m_3



8. Ein Wagen wird eine bestimmte Strecke L gezogen. Welche Arbeit leistet die Seilkraft am Wagen auf dieser Strecke?

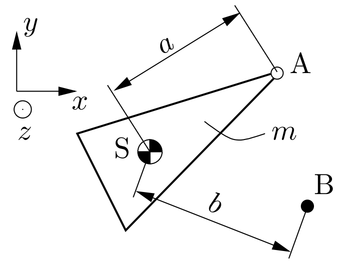


   $A_L =$

   Warum leistet die Gewichtskraft F_g keine Arbeit?

   Geg.: α, S, F_g, L

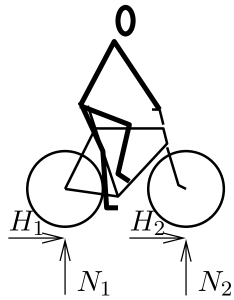
9. Gegeben ist das Massenträgheitsmoment J_{zz}^A bzgl. A. Geben Sie das Massenträgheitsmoment J_{zz}^B bzgl. B als Funktion der gegebenen Größen an! (S ist Massenmittelpunkt.)



   Geg.: a, b, m, J_{zz}^A

   $J_{zz}^B =$

10. Für den Kontakt zwischen dem Fahrrad, das durch Treten und Bremsen beschleunigt werden kann, und dem Boden sei Coulombreibung (mit μ_H für Haften) angenommen. Welche Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Bitte ankreuzen!



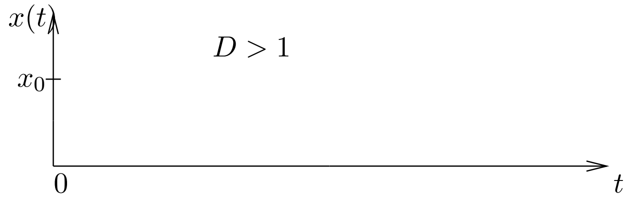
	wahr	im Allgemeinen falsch
$H_1 \geq 0$	○	○
$\lvert H_1 \rvert \leq \mu_H N_1$	○	○
$H_1 = \mu_H N_1$	○	○
H_1 und H_2 wirken immer in dieselbe Richtung	○	○

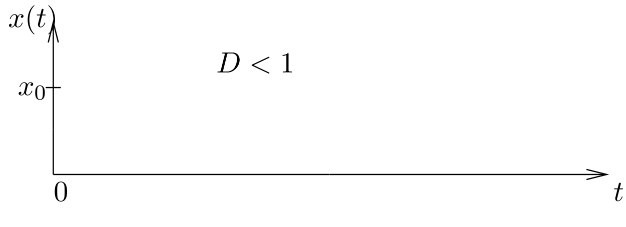
11. Folgende Differentialgleichung beschreibt die freie gedämpfte Einmassenschwingung:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

   Abhängig vom Dämpfungsmaß $D = \frac{\delta}{\omega_0}$ spricht man von starker oder von schwacher Dämpfung. Skizzieren Sie den Zeitverlauf der Schwingung für die Anfangsbedingungen:

$$x(t = 0) = x_0$$
$$\dot{x}(t = 0) > 0$$





12. Ein starrer Körper bewege sich in der Ebene. An den Punkten A und B sind die Geschwindigkeiten eingetragen. Tragen Sie nun die Geschwindigkeit an Punkt C ein!