

**Bitte deutlich schreiben!**

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

1	2	3	4	T	
					Σ

**Bitte links oder rechts ankreuzen!**

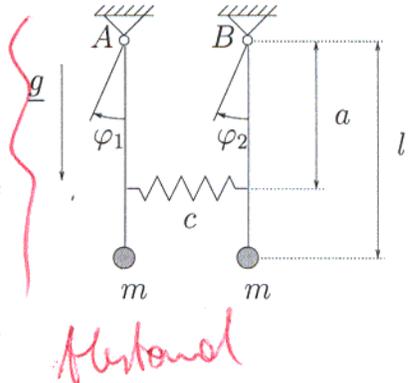
Ergebnis ins WWW

Ergebnis NICHT ins WWW

**1 Gekoppelte Pendel (10 Punkte)**

Nebenstehend sind zwei Pendel im Schwerfeld der Erde dargestellt. Folgende Annahmen sollen gelten:

- Die Auslenkungen beider Pendel seien klein. Es gelte also:  $\sin \varphi \approx \varphi$ ,  $\cos \varphi \approx 1$ .
- Die Federkraft wirke nur in horizontaler Richtung auf die starren und masselosen Stäbe.
- Die Massenträgheitsmomente der beiden Pendel bezogen auf die Aufhängepunkte A und B berechnen sich aus  $\theta^A = \theta^B = ml^2$ .



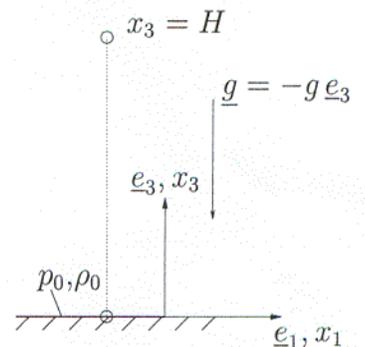
- Bestimmen Sie die Federkraft abhängig von  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ .
- Benutzen Sie den Drallsatz  $\theta^A \ddot{\varphi}_1 = \sum M^A$  bzw.  $\theta^B \ddot{\varphi}_2 = \sum M^B$ , um die Bewegungsgleichungen aufzustellen.
- Verwenden Sie Ansätze der Form  $\varphi_1(t) = A_1 e^{\lambda t}$  und  $\varphi_2(t) = A_2 e^{\lambda t}$ , um je zwei Eigenwerte  $\lambda_{1/2}$  und  $\lambda_{3/4}$  zu bestimmen. Hinweis: Benutzen Sie als Abkürzung z.B.  $\psi = \frac{ca^2}{ml^2}$ .
- Wie groß ist die niedrigste Eigenkreisfrequenz  $\omega_1$ ? Wie heißt der zugehörige erste Eigenvektor  $\underline{v}_1$ ?

**2 Luftdruck bei isentroper Schichtung (10 Punkte)**

Das EULERSche Grundgesetz der Hydrostatik lautet für den Spezialfall  $\underline{f} = -\text{grad } U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x_1} \underline{e}_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} \underline{e}_2 + \frac{\partial U}{\partial x_3} \underline{e}_3\right)$

$$\frac{1}{\rho} \text{grad } p = -\text{grad } U \quad (1)$$

- Welche Einheit hat die Volumenkraftdichte  $\underline{f}$ ?
- Bestimmen Sie das Potential  $U$  so, dass  $\underline{f}$  die Volumenkraftdichte der Schwerkraft ist.
- Schreiben Sie für die vektorwertige Gleichung (1) drei partielle Differentialgleichungen.  $p$  hängt offenbar nur von  $x_3$  ab. Wie lautet die gewöhnliche Differentialgleichung für  $p(x_3)$ ?
- Integrieren Sie die Differentialgleichung zwischen  $x_3 = 0$  und  $x_3 = H$ , um den Luftdruck  $p(H)$  zu ermitteln. Am Erdboden herrsche der Druck  $p_0$  und die Dichte  $\rho_0$ . Um  $\rho(p)$  zu bestimmen, werde die Luft als ideales Gas angenommen, für das bei Isentropie gilt:



$$\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{const.} = \frac{p_0}{\rho_0^\kappa} \quad \text{mit } \kappa = \text{const.} \quad \neq 1$$