Nachklausur Mechanik III am 25.2.03, Prof. Dr. rer. nat. W.H. Mül.

1/2 Semester

Bitte deutlich schreiben!

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

1	2	3	4	T	
					Σ

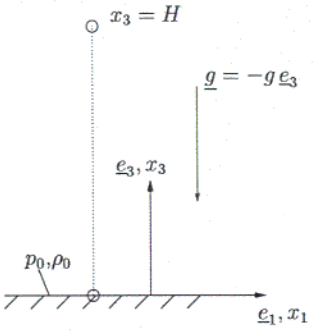
Bitte links oder rechts ankreuzen!

Ergebnis ins WWW ○ Ergebnis NICHT ins WWW ○

1 EULERsches Grundgesetz (11 Punkte)

Das EULERsche Grundgesetz der Hydrostatik lautet für den Spezialfall $\underline{f} = -\text{grad}\, U = -(\frac{\partial U}{\partial x_1}\underline{e}_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2}\underline{e}_2 + \frac{\partial U}{\partial x_3}\underline{e}_3)$

$$\frac{1}{\rho}\text{grad}\, p = -\text{grad}\, U \qquad (1)$$



a) Welche Einheit hat die Volumenkraftdichte $\underline{f}$?

b) Bestimmen Sie das Potential U so, dass $\underline{f}$ die Volumenkraftdichte der Schwerkraft ist.

c) Schreiben Sie für die vektorwertige Gleichung (1) drei partielle Differentialgleichungen. p hängt offenbar nur von x_3 ab. Wie lautet die gewöhnliche Differentialgleichung für $p(x_3)$?

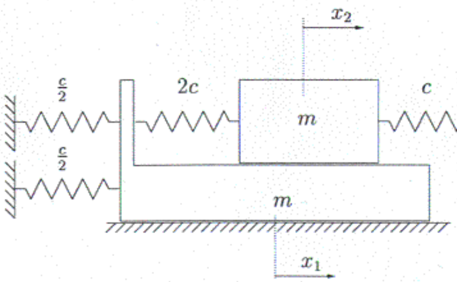
d) Integrieren Sie die Differentialgleichung zwischen $x_3 = 0$ und $x_3 = H$, um den Luftdruck $p(H)$ zu ermitteln. Am Erdboden herrsche der Druck p_0 und die Dichte ρ_0. Um $\rho(p)$ zu bestimmen, werde angenommen, dass gilt:

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = const. = \frac{p_0}{\rho_0^\kappa} \qquad \text{mit } \kappa = const. \neq 1$$

Hinweis: Die ideale Gasgleichung wird zur Lösung **nicht** benötigt. Bei der gesuchten Gleichung handelt es sich **nicht** um die barometrische Höhenformel $p(H) = p_0\, e^{-\frac{gH}{RT}}$.

2 Schwingung mit 2 Freiheitsgraden (10 Punkte)

Im skizzierten System soll die Reibung vernachlässigt werden. Die Auslenkungen seien klein. Für $x_1 = x_2 = 0$ seien alle Federn spannungslos.



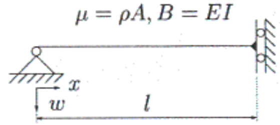
a) Schneiden Sie die beiden Massen frei, und stellen Sie das Bewegungsgleichungssystem auf.

b) Bestimmen Sie die charakteristische Gleichung.

c) Bestimmen Sie die beiden Eigenfrequenzen, und skizzieren Sie die beiden Eigenvektoren.

3 Kontinuumsschwingung (10 Punkte)

Ein wie skizziert gelagerter Balken führt Eigenschwingungen aus. Die zugeordnete Differentialgleichung wird mit $\lambda = \sqrt{\frac{\Omega}{c}}$, $c^2 = \frac{B}{\mu}$ von folgendem Ansatz erfüllt:
$w(x,t) = \Big(B_1\cosh(\lambda x) + B_2\sinh(\lambda x) + B_3\cos(\lambda x) + B_4\sin(\lambda x)\Big)\Big(A_1\cos(\Omega t) + A_2\sin(\Omega t)\Big)$.



a) Geben Sie 2 Randbedingungen für den **linken** Rand an, und ermitteln Sie daraus B_1 und B_3.

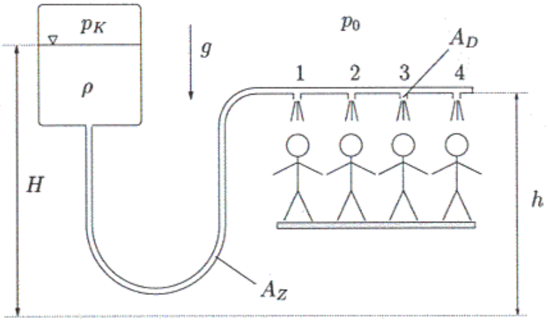
b) Geben Sie nun 2 Bedingungen für den **rechten** Rand an, und ermitteln Sie die Eigenwertgleichung sowie die zugehörigen Eigenwerte λ_k $(k = 1, 2, ..., \infty)$.

c) Zeigen Sie, dass für alle k gilt: $B_{2k} = 0$ und B_{4k} beliebig.

d) Setzen Sie $B_{4k} = 1$, und skizzieren Sie die ersten beiden Eigenformen $E_1(x)$ und $E_2(x)$.

4 BERNOULLIsche Gleichung (9 Punkte)

Dargestellt ist ein Kessel mit 4 Duschen. Der Umgebungsdruck sei p_0. Der Kesseldruck sei p_K. Die Querschnittsfläche der Auslässe der Duschen sei A_D, die Querschnittsfläche der Zuleitung sei A_Z. Der Wasserspiegel im Kessel werde auf konstanter Höhe H gehalten.
Hinweis: Entlang einer Stromlinie gilt:
$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz = const.$ (BERNOULLIsche Gleichung)



a) Bestimmen Sie die Austrittsgeschwindigkeiten v_1, v_2, v_3 und v_4 der Duschen.

b) Wir groß muss die Druckdifferenz $\Delta p := p_K - p_0$ sein, damit ein bestimmter Volumenstrom $\dot{V}$ (der sich auf alle 4 Duschen verteilt) entnommen werden kann?

c) Wie ändern sich die unter a) und b) berechneten Größen, wenn bei demselben Volumenstrom nur 2 Duschen aufgedreht sind?

Theoriefragen auf der Rückseite