

1. Kurzfragentest – Kinematik und Dynamik SoSe 2018

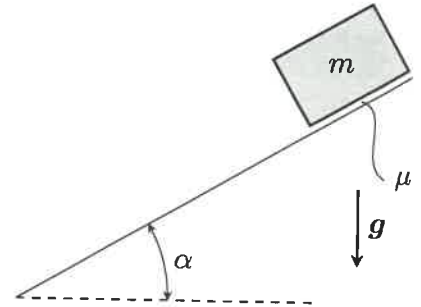
Name, Vorname: *Musterlösung*

Matr.-Nr.:

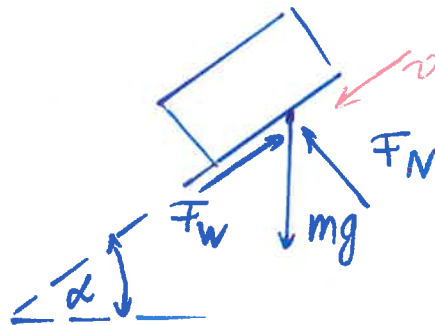
Hinweis: Tragen Sie Ihre Antworten ausschließlich in die dafür vorgesehenen Kästen ein.

1. Der dargestellte flache Klotz der Masse m ruht auf der schiefen Ebene. Zwischen dem Klotz und der Unterlage tritt Reibung mit dem Reibungskoeffizienten μ auf. Erstellen Sie einen Freischnitt des Klotzes. Zeichnen Sie den Freischnitt in den unten dargestellten Kästen. (1 Punkt)

Geg.: α, μ, g, m .



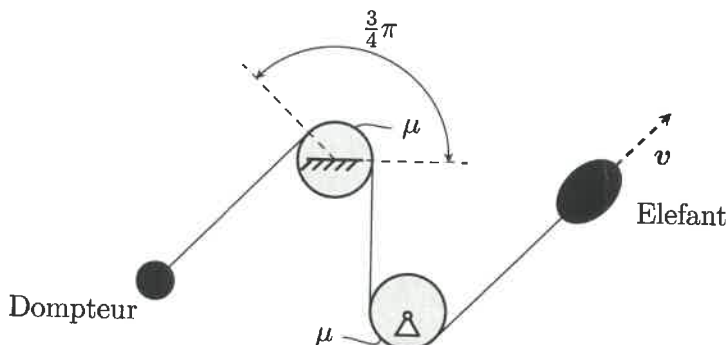
Antwort



α und μ sind nicht nötig für den Punkt

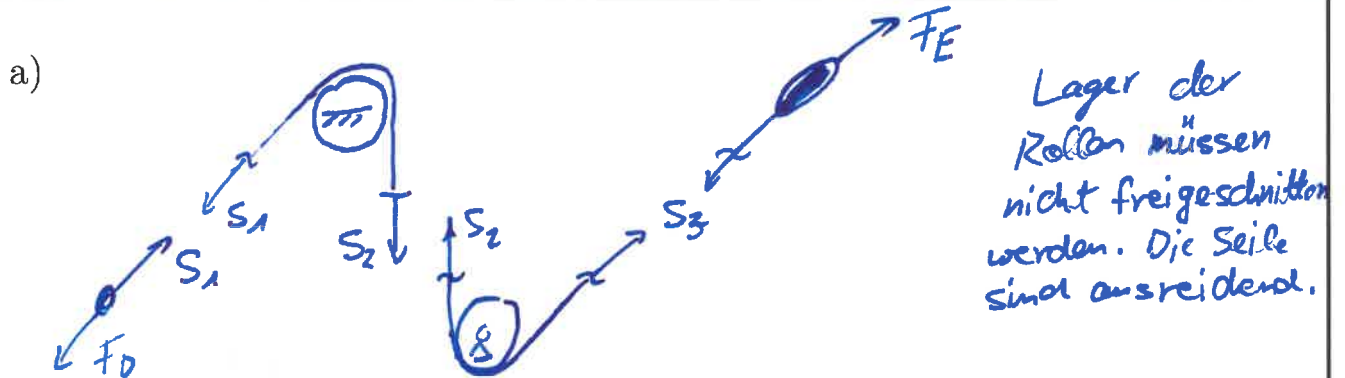
2. In einem Zirkus versucht ein Dompteur einen wild gewordenen Elefanten zu bändigen. Das Seil, mit dem der Elefant vom Dompteur festgehalten wird, ist, wie dargestellt, um einen drehbar gelagerten Zylinder und um eine fest verankerte Stange des Zirkuszeltes gelegt.

Geg.: μ .



- a) Schneiden Sie das System frei. (1 Punkt)
- b) Geben Sie die Formel für Seilreibung nach EULER-EYTELWEIN für den vorliegenden Fall an. (1 Punkt)
- c) Der Dompteur kann ein Zehntel der Kraft des Elefant aufbringen. Geben Sie den mindestens benötigten Haftreibungskoeffizienten μ an, damit der Dompteur den Elefant festhalten kann. (1 Punkt)

Antwort



b)

$$S_3 = S_1 e^{\mu \frac{3}{4} \pi} \text{ bzw. } F_{IE} := F_{D1} e^{\mu \frac{3}{4} \pi}$$

c)

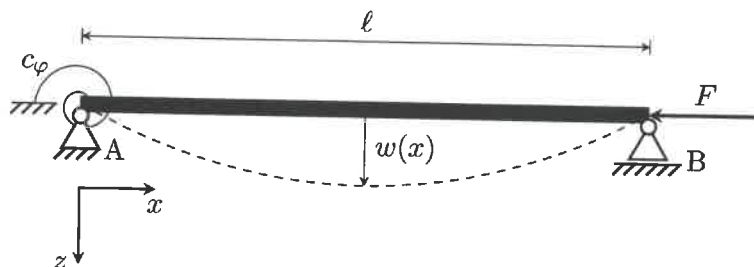
$$\mu = \frac{4}{3\pi} \ln(10) \text{ oder als Folgefehler: } \mu = \frac{2}{3\pi} \ln(10)$$

3. Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an. (2 Punkte)

Antwort

- Beim Knickstab ist die kritische Last proportional zum Elastizitätsmodul und zum Flächenträgheitsmoment.
- Ein Balken knickt immer um die Achse des größten Flächenträgheitsmoments aus.
- Die in der Vorlesung für einen Balken hergeleitete Knickdifferentialgleichung $w^{IV}(x) + \alpha^2 w''(x) = 0$ gilt auch für das Knicken unter Eigengewicht.
- Wenn die kritische Last erreicht ist, verformt sich ein Knickstab stets plastisch.
- Die in der Vorlesung für einen Balken hergeleitete Knickdifferentialgleichung $w^{IV}(x) + \alpha^2 w''(x) = 0$ führt auf ein Eigenwertproblem, mit dem die Knickform und die kritische Last berechnet werden kann.
- Bei der Stabilitätsanalyse eines Knickstabes werden die Rand- und Übergangsbedingungen am unverformten, d. h. nicht ausgelenkten, System aufgestellt.

4. Am Lager A des unten dargestellten Balkens ist eine Drehfeder mit der Federsteifigkeit c_φ angebracht. Geben Sie die Randbedingungen am Lager A an, mit denen die Konstanten der allgemeinen Lösung der Knickdifferentialgleichung bestimmt werden können.
 Geg.: F, c_φ, l, EI . (1 Punkt)



Antwort

1. Randbedingung: $w(x=0) = 0$

2. Randbedingung: $-EI_{yy} w''(x=0) + c_\varphi w'(x=0) = 0$

5. Für einen Balken wurden unter axialer Druckbelastung lautet die allg. Lösung der Knickdifferentialgleichung:

$$w(x) = A \cos(\lambda x) + B \sin(\lambda x) + C \lambda x + D.$$

Im Rahmen einer Stabilitätsuntersuchung eines Balkens wurden folgende Randbedingungen gefunden:

$$w(x=0) = 0, \quad M(x=0) = 0, \quad w(x=l) = 0, \quad M(x=l) = 0.$$

Vervollständigen Sie die unten angegebene Randwertmatrix, mit der die kritische Last bestimmt wird.

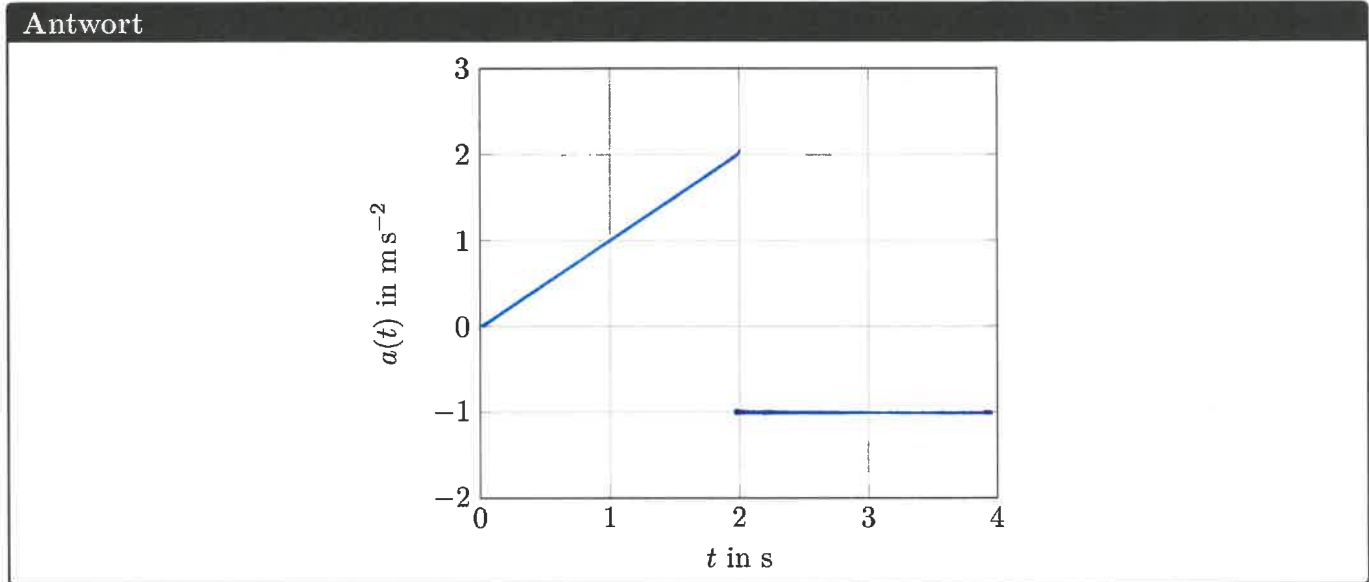
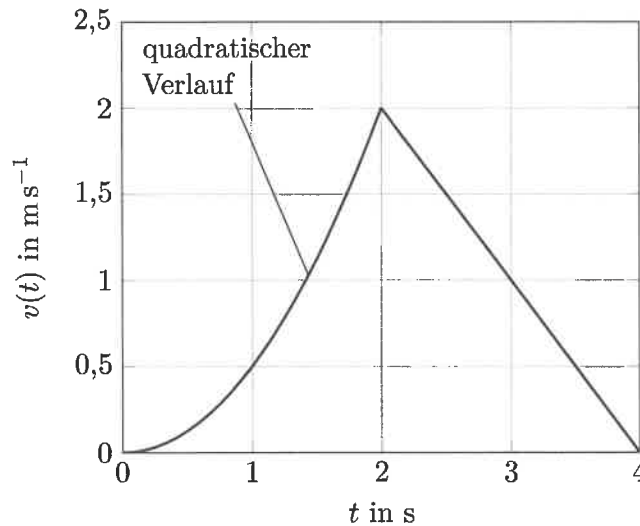
Geg.: EI, l .

(1 Punkt)

Antwort

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -\lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\lambda l) & \sin(\lambda l) & \lambda l & 1 \\ -\lambda^2 \cos(\lambda l) & -\lambda^2 \sin(\lambda l) & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

6. Während einer Testfahrt ist die Geschwindigkeit eines Autos $v(t)$ gemessen worden. Die Geschwindigkeit ist im unten stehenden Diagramm dargestellt. Zeichnen Sie die Beschleunigung des Auto $a(t)$ in das Diagramm im Antwortkasten ein. (1 Punkte)

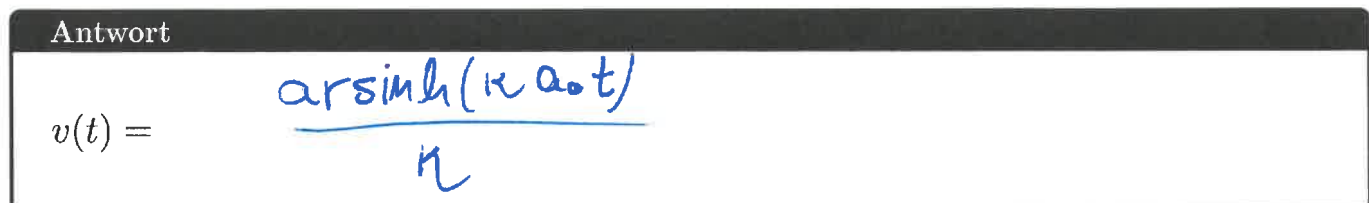


7. Für eine eindimensionale Bewegung einer Punktmasse ist die Beschleunigung gegeben durch:

$$a(v) = \frac{a_0}{\cosh(\kappa v)}$$

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Zeit t für den Fall, dass die Punktmasse zum Beginn der Zeitzählung in Ruhe ist. (1 Punkt)

Geg.: κ, a_0 .



8. Geben Sie die Maßeinheiten der folgend aufgeführten Größen **ausschließlich** in den Einheiten 1, N, kg, m, s und K an: (1 Punkt)

Antwort

μ_H :	<u>1</u>	$\nabla E^{\text{pot.}}$:	<u>N / $\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$</u>
$E^{\text{kin.}}$:	<u>Nm / $\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$</u>	$\dot{\varphi}$:	<u>1/s</u>
$2\dot{r}\dot{\varphi}$:	<u>$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$</u>		

9. Gegeben ist folgende potentielle Energie für einen Massepunkt mit der Masse m in einem Kraftfeld.

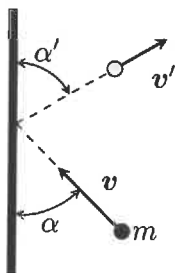
$$E^{\text{pot.}}(\mathbf{x}) = -\frac{km}{\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2 + z^2}}$$

Geben Sie die auf den Körper wirkende Kraft vektoriell in Abhängigkeit der Position \mathbf{x} an. (1 Punkt)
 Geg.: m, k, x_0 .

Antwort

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = -\nabla E^{\text{pot.}} = \frac{km}{((x-x_0)^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left((x-x_0)\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z \right)$$

10. Ein Massepunkt mit der Masse m trifft wie dargestellt im Winkel α auf eine starre Wand. Bei welcher Stoßzahl e ist der Ausfallswinkel α' gleich dem Einfallswinkel α ? (1 Punkt)
 Geg.: m, v, α .



Antwort

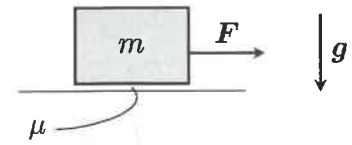
$$e = 1$$

11. Kreuzen Sie die richtige Aussage zum 2. NEWTONSchen Gesetz, auch *lex secunda* genannt, an. (1 Punkt)

Antwort

- Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.
- Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus, so wirkt eine gleichgroße, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A.
- Die zeitliche Änderung der Bewegungsgröße $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ ist gegeben durch die Wirkung einer Kraft und erfolgt in Richtung des Kraftvektors. Mathematisch bedeutet das $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}$.

12. Am dargestellten flachen Klotz der Masse m greift eine horizontal wirkende Kraft F an. Zwischen dem Klotz und der Unterlage tritt Reibung auf.



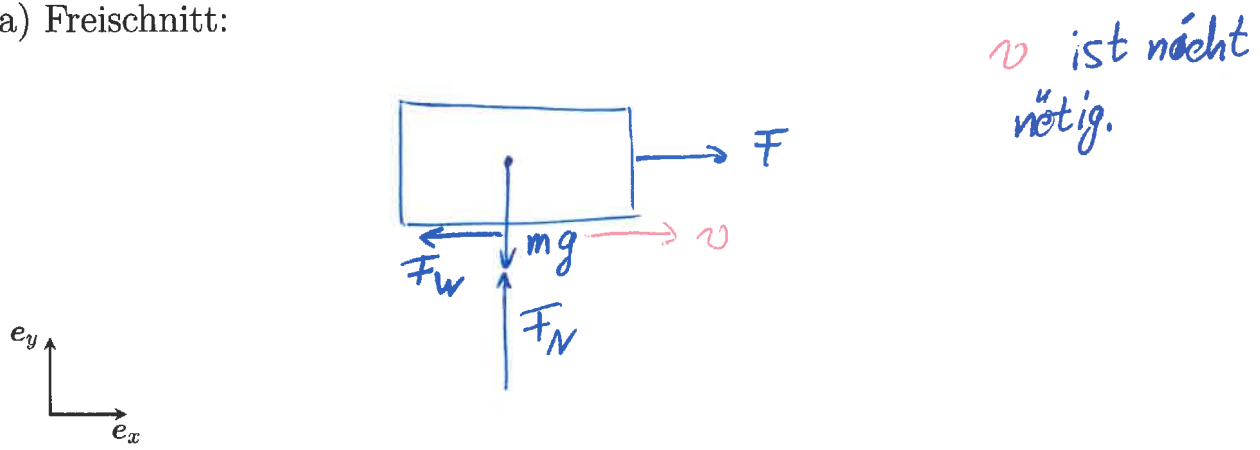
Geg.: μ, m, g, F .

a) Erstellen Sie einen Freischnitt des Klotzes. (1 Punkt)

b) Geben Sie die Bewegungsgleichungen komponentenweise an. Verwenden Sie das gegebene Koordinatensystem. (1 Punkt)

Antwort

a) Freischnitt:



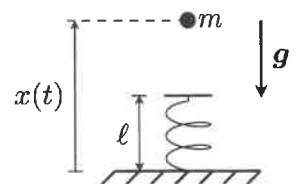
b) Bewegungsgleichungen:

$$\begin{cases} m \ddot{x} = F - F_w \\ m \ddot{y} = F_N - mg \end{cases} \quad \text{oder} \quad \begin{cases} m \ddot{x} = F - \mu F_N (= F - \mu mg) \\ m \ddot{y} = F_N - mg = 0 \end{cases}$$

13. Eine Kanonenkugel mit der Masse m wird durch eine um die Strecke Δs vorgespannte Feder senkrecht nach oben abgeschossen. Die entspannte Länge der Feder ist ℓ .

a) Berechnen Sie die Abgangsgeschwindigkeit v_A der Kugel. (1 Punkt)

b) Bestimmen Sie die maximale Höhe $h_{\max.}$, die die Kugel erreichen kann. Die Höhe wird vom Boden gemessen. (1 Punkt)



Geg.: $c, m, g, \Delta s, \ell$.

Bitte umblättern!

Antwort

$$a) \quad v_A = \sqrt{\frac{c}{m} \Delta s^2 - 2g \Delta s}$$

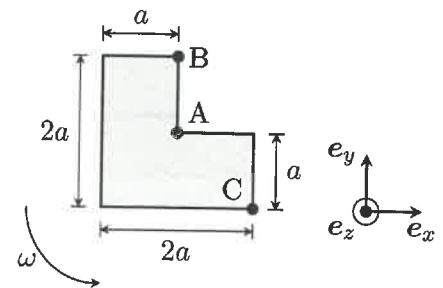
$$b) \quad h_{\max.} = \frac{c}{2mg} \Delta s^2 + l - \Delta s$$

14. Der dargestellte starre Körper dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω . Der Winkelgeschwindigkeitsvektor ist gegeben durch $\omega = \omega e_z$. Geschwindigkeit des Punktes A wird gemessen als:

$$v^A = \frac{v_0}{2} (\sqrt{3} e_x + e_y).$$

Berechnen Sie die momentanen Geschwindigkeiten der Punkte B und C im gegebenen Koordinatensystem. (2 Punkte)

Geg.: v_0, ω, a .



Hinweis: Benutzen Sie die EULERSche Geschwindigkeitsformel $v^Q = v^P + \omega \times x^{PQ}$.

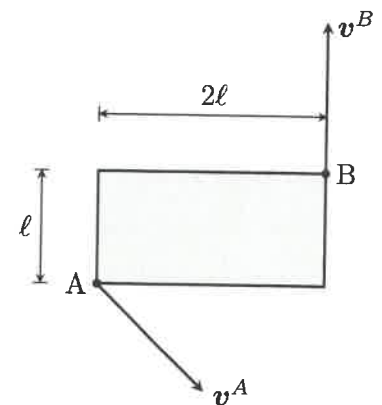
Antwort

$$v^B = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} v_0 - \omega a \right) e_x + \frac{v_0}{2} e_y$$

$$v^C = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} v_0 + \omega a \right) e_x + \left(\frac{v_0}{2} + \omega a \right) e_y$$

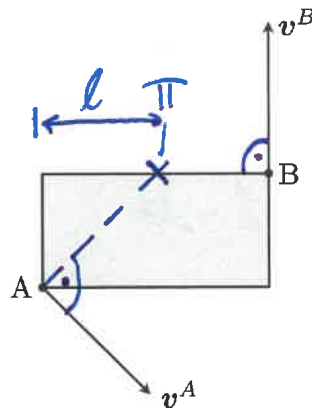
15. Gegeben ist das skizzierte Rechteck der Breite 2ℓ und Höhe ℓ . In der dargestellten momentanen Lage ist die Geschwindigkeit der Punkte A und B gemessen worden. Zeichnen Sie die Lage des Momentanpols in die untere Zeichnung ein. Kennzeichnen Sie den Momentanpol mit dem Symbol Π und bemaßen Sie dessen Lage eindeutig. (1 Punkt)

Geg.: ℓ .



Bitte umblättern!

Antwort



Für den Punkt ist die
Bemessung mit der Länge
oder die Angabe rechter
Winkel nötig.