Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

Probeklausur – Kinematik und Dynamik, Sommersemester 2018

Theoriefragen

1. Bestimmen Sie den benötigten Bremsweg ℓ eines Autos, um seine kinetische Energie auf $^1/_3$ zu reduzieren.

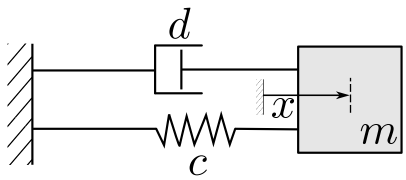
   Geg.: μ, g, m, v_0

   $\ell =$

2. Geben Sie an, ob das gezeigte System mit folgenden Konstanten schwingfähig ist: $c = 1\,\mathrm{N/m}$, $d = 4\,\mathrm{Ns/m}$ und $m = 2\,\mathrm{kg}$. **(1 Punkt)**

   Das System ist schwingungsfähig:

   Ja ☐ Nein ☐



3. Kreuzen Sie die Kräfte an, die konservativ sind:

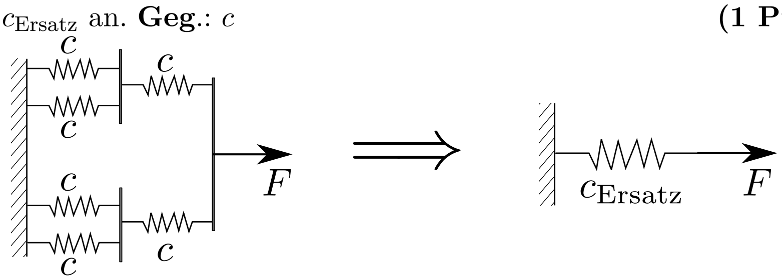
   ☐ Gravitationskraft ☐ Reibungskraft ☐ Federkraft

4. Gegeben sei die Geschwindigkeit $v(x) = A\mathrm{e}^{Cx}$ eines Massenpunktes in Abhängigkeit seines Ortes $x(t)$, wobei $A = \text{const.}$ und $C = \text{const.}$ Berechnen Sie die Beschleunigung $a(x)$ in Abhängigkeit des Ortes $x(t)$.

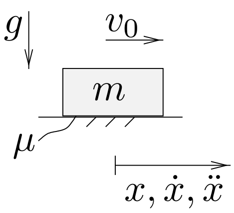
   $a(x) =$

5. Das gezeigte System mit sechs gleichen Federn der Steifigkeit c soll durch eine einzige Feder der Steifigkeit c_{Ersatz} ausgetauscht werden. Geben Sie c_{Ersatz} an. **Geg.**: c **(1 Punkt)**

   $c_{\text{Ersatz}} =$



6. Ein Klotz der Masse m rutscht reibungsbehaftet (Reibungskoeffizient μ) auf einer horizontalen Ebene. Welche Beschleunigung hat der skizzierte Klotz für den Fall, dass die Geschwindigkeit $v_0 > 0$ ist? Bitte ankreuzen.



☐ $\ddot{x} = mg$ ☐ $\ddot{x} = -\mu g$ ☐ $\ddot{x} = \mu g$ ☐ $\ddot{x} = 0$

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

7. Geben Sie die Einheiten folgender Größen über Vielfache der SI-Basiseinheiten an: kg, m, s, K, cd und mol.

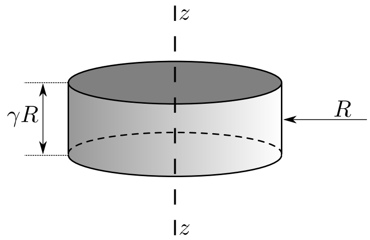
   $[\omega_{\mathrm{D}}] =$ $\qquad$ $[\mu_{\mathrm{H}}] =$ $\qquad$ $[E^{\mathrm{kin}}] =$ $\qquad$ $[\underline{x} \times \underline{p}] =$

8. Welche Aussagen sind bei harmonischen periodischen Schwingungen zutreffend? Hierbei sind T die Periodendauer und ω die Eigenkreisfrequenz.

   ☐ $x(t) = x(t+T)$ $\qquad$ ☐ $x(t) = C_1 \exp(\mathrm{i}\omega t) + C_2 \exp(-\mathrm{i}\omega t)\,,\ C_1, C_2 \in \mathbb{R}$

   ☐ $x(t) = K \arctan(\omega t)\,, K \in \mathbb{C}$ $\qquad$ ☐ $x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\,,\ A, B \in \mathbb{R}$

9. Für die gezeigte homogene Tonne wurde für die Symmetrieachse z das Massenträgheitsmoment Θ_{zz} sowie der Radius R gemessen. Die Höhe der Tonne ist jedoch unbekannt. Bestimmen Sie den Faktor γ, sodass die Höhe der Tonne γR ist.

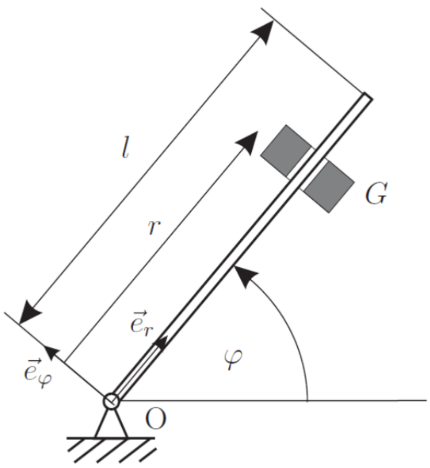
   Geg.: R, ρ_0, $\Theta_{zz} = \rho_0 \pi R^5$

   $\gamma =$

Rechenaufgaben

$\boxed{1}$ Kinematik

Eine Stange der Länge l rotiert um O mit dem Zeitgesetz $\varphi(t) = \kappa t^2$. Auf der Stange rutscht ein Gleitkörper G nach dem Gesetz $r(t) = l\,(1 - \kappa t^2)$.



(a) Bestimmen Sie bezüglich des Koordinatenursprungs O den Ortsvektor $\vec{x}(t)$ des Körpers G, seinen Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t)$ und Beschleunigungsvektor $\vec{a}(t)$. Benutzen Sie das in der Skizze gegebene Polarkoordinatensystem.

(b) Bestimmen Sie den Betrag der Geschwindigkeit für den Winkel $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$.

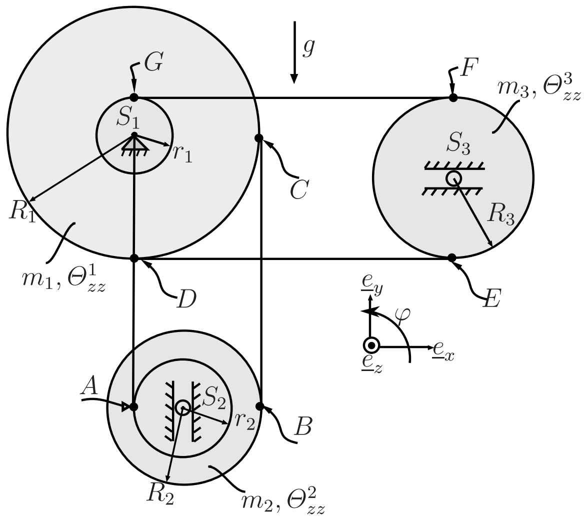
(c) Bei welchem Winkel φ_E stößt G am Lager O an?

Geg.: l, κ

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

2 Kinetik

Drei Riemenscheiben sind über zwei aufgerollte nicht dehnbare Seile schlupffrei miteinander verbunden. Die Seile laufen zwischen den Riemenscheiben parallel zur Horizontalen und Vertikalen. Der Schwerpunkt S_2 ist vertikal und S_3 horizontal geführt. Die Trägheitsmoments Θ^i_{zz} sind bzgl. S_i gegeben.



a) Fertigen Sie für *jede Rolle* einen *vollständigen* Freischnitt an. Stellen Sie jeweils den Drall- und den Schwerpunktsatz auf. Zählen Sie alle unbekannten Größen Ihrer gefundenen Gleichungen. Wie viele kinematische Beziehungen sind nun nötig, um das Gleichungssystem lösen zu können?

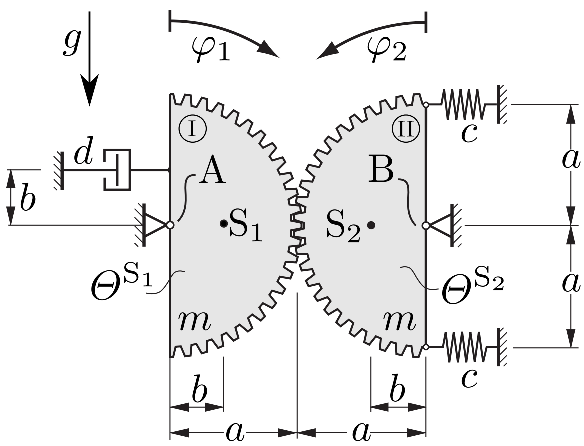
b) Stellen Sie alle kinematischen Beziehungen auf.
Tipp: Verwenden Sie die EULERsche Geschwindigkeitsformel: $\underline{v}^{\mathrm{P}} = \underline{v}^{\mathrm{Q}} + \underline{\omega} \times \underline{x}^{\mathrm{QP}}$ und Lagerargumentationen.

c) Nutzen Sie die kinematischen Beziehungen, um die Beschleungiungen $\ddot{\varphi}_3$, $\ddot{\varphi}_2$, $\ddot{x}_3$ und $\ddot{y}_2$ in Abhängigkeit von $\ddot{\varphi}_1$ zu notieren.

Geg.: R_1, r_1, R_2, r_2, R_3, m_1, m_2, m_3, Θ^1_{zz}, Θ^2_{zz}, Θ^3_{zz}, g

3 Schwingungen

Das skizzierte System besteht aus zwei Zahnscheiben, zwei Federn und einem Dämpfer. Für $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ seien die Federn entspannt. Die Trägheitsmomente der Zahnscheiben sind bzgl. ihrer Schwerpunkte S_1, S_2 bekannt. Zur Zeit $t = 0$ sind die Anfangswerte $\varphi_1(t = 0) = \varphi_0$ und $\dot{\varphi}_1(t = 0) = 0$ gegeben.



a) Ermitteln Sie die Bewegungsgleichung des Systems bzgl. der Koordinate φ_1 für *kleine* Auslenkungen.

b) Ermitteln Sie die statische Ruheauslenkung $\varphi_{1\mathrm{stat}}$.

c) Transformieren Sie die Bewegungsgleichung in die Koordinate $\tilde{\varphi}$ der statischen Ruhelage, mit: $\tilde{\varphi} = \varphi_1 - \varphi_{1\mathrm{stat}}$.

d) Lösen Sie die transformierte Bewegungsgleichung unter der Annahme *schwacher Dämpfung* mit den gegebenen Anfangswerten. Identifizieren sie die Größen δ und ω^2 der generischen Lösung. (Beachten Sie, dass die Randbedingungen ebenfalls transformiert werden müssen)

Geg.: $\Theta^{\mathrm{S}_2} = \Theta^{\mathrm{S}_1} = \Theta$, m, a, b, c, d, g